

# Automates Avancés

## Travaux Dirigés n°7

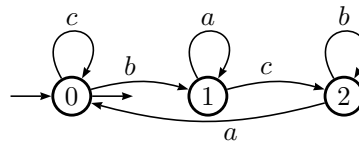
► **Exercice 1.**

- Donnez une formule  $disjoints(X_1, \dots, X_n, Z)$  en logique monadique du second ordre (MSO) qui exprime le fait que  $X_1, \dots, X_n$  pour  $n \geq 2$  sont des ensembles *disjoints* de positions qui ont comme union  $Z$ .
- Donnez une formule  $pluspetit(x, X)$  en MSO qui exprime le fait que  $x$  est l'élément le plus petit de l'ensemble de positions  $X$ .
- Donnez une formule  $plusgrand(x, X)$  en MSO qui exprime le fait que  $x$  est l'élément le plus grand de l'ensemble de positions  $X$ .
- Donnez une formule  $suivant(x, y, X)$  en MSO qui est vrai ssi  $x$  et  $y$  sont deux positions suivantes dans l'ensemble de positions  $X$ .
- Donnez une formule  $divisiblepar3(Z)$  en MSO qui exprime le fait que le nombre d'éléments de  $Z$  est divisible par 3. Est-ce qu'on peut généraliser pour exprimer que le nombre d'éléments de  $Z$  est divisible par  $k \geq 2$  ?
- Donner une formule MSO pour le langage suivants sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\} : \{u \in \Sigma^* \mid \text{dans } u \text{ le nombre de } a \text{ entre deux } b \text{ est un multiple de } 3\}$

► **Exercice 2.**

Lesquels des langages suivants décrit par une expression régulière (une formule de premier ordre, un automate, une formule de MSO, etc.) sont des langages sans étoiles ? Justifiez vos réponses.

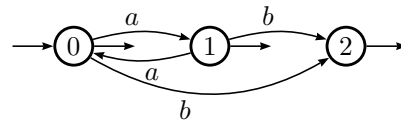
- $(ab)^*(cd)^*$
- $\overline{\Sigma^*ab\Sigma^*} + \overline{\Sigma^*bb\Sigma^*}$
- $((ab)^*(cd)^*)^*$
- $((ab)^*(ca)^*(bc)^*)^*$
- 



- $\exists x, y. (x < y \wedge a(x) \wedge c(y) \wedge \forall z. (z > x \vee z = x) \wedge \forall z. ((x < z \wedge z < y) \rightarrow (d(z) \vee a(z) \vee z = x + 1)))$

- $(ba^*c)^*$

- 



- $a(aba)^*b$

- $\exists X \forall x ((\exists y. (y > x \wedge X(y))) \rightarrow ((X(x) \leftrightarrow \neg X(x+1)) \wedge (a(x) \leftrightarrow X(x)))) \wedge \forall x (b(x) \vee a(x))$