

Automates Avancés

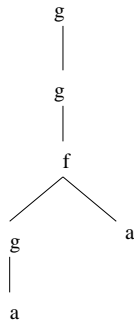
Travaux Dirigés n°10

► **Exercice 1.**

Considérez l'automate d'arbre avec l'alphabet $\{f, g, a\}$, $Q = \{q, q_f, q_g, q_1\}$, $Q_f = \{q_f\}$ et les règles suivantes:

$$\begin{array}{ll}
 a \rightarrow q & g(q) \rightarrow q \\
 g(q) \rightarrow q_g & g(q_g) \rightarrow q_f \\
 f(q, q) \rightarrow q & q_g \rightarrow q_1
 \end{array}$$

- Donnez tous les calculs de l'automate sur l'arbre



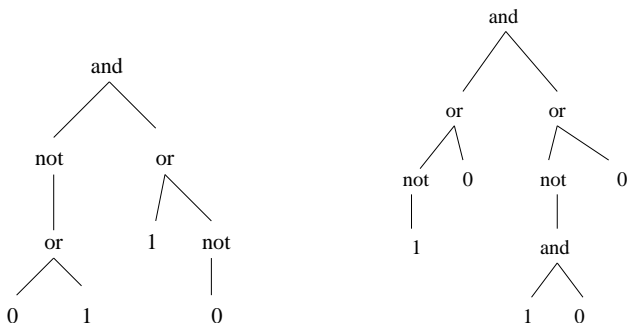
- Est-ce que l'automate est déterministe ?

► **Exercice 2.**

Considérez l'automate d'arbre avec l'alphabet $\{and, or, not, 0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $Q_f = \{q_1\}$ donné par les règles suivantes:

$$\begin{array}{ll}
 0 \rightarrow q_0 & 1 \rightarrow q_1 \\
 not(q_0) \rightarrow q_1 & not(q_1) \rightarrow q_0 \\
 and(q_0, q_0) \rightarrow q_0 & and(q_0, q_1) \rightarrow q_0 \\
 and(q_1, q_0) \rightarrow q_0 & and(q_1, q_1) \rightarrow q_1 \\
 or(q_0, q_0) \rightarrow q_0 & or(q_0, q_1) \rightarrow q_1 \\
 or(q_1, q_0) \rightarrow q_1 & or(q_1, q_1) \rightarrow q_1
 \end{array}$$

- Donnez le calcul de l'automate sur les arbres suivants:



- Est-ce que l'automate est déterministe ?
- Quel est le langage accepté par l'automate ?
- Est-ce qu'on pourrait donner un automate pour ce langage qui fonctionne du haut vers le bas (c.-à-d. de la racine vers les feuilles) ?

► **Exercice 3.**

Donnez un automate d'arbre pour le langage des arbres sur l'alphabet $\{f, 0, 1\}$ (avec f d'arité 2 et 0 et 1 des feuilles) où la branche la plus à gauche de l'arbre contient un nombre pair de f .

► **Exercice 4.**

Donnez un automate d'arbre pour le langage des arbres sur l'alphabet $\{f, 0, 1\}$ (avec f d'arité 2 et 0 et 1 des feuilles) où dans le mot des feuilles il y a quelque part un 0 avant un 1.

► **Exercice 5.**

Considérez l'automate d'arbre avec l'alphabet $\{f, g, a\}$, $Q = \{q, q_f, q_g, q_1, q_2\}$, $Q_f = \{q_f\}$ et les règles suivantes:

$$\begin{array}{ll} a \rightarrow q & a \rightarrow q_2 \\ g(q_2) \rightarrow q & g(q) \rightarrow q_2 \\ g(q) \rightarrow q & g(q) \rightarrow q_g \\ g(q_g) \rightarrow q_f & f(q, q) \rightarrow q \\ q_g \rightarrow q_1 & \end{array}$$

- Déterminez l'automate.

► **Exercice 6.**

Soit n un entier positif. Considérez l'alphabet $\Sigma = \{f, g, a\}$ (a est une feuille et f et g sont d'arité 1). On considère le langage L de tous les arbres sur l'alphabet, où l'unique branche de l'arbre a un f à distance n de la racine.

- Donnez un automate non-déterministe pour L . Combien d'états a l'automate déterministe correspondant ?

► **Exercice 7.**

Considérez l'alphabet $\Sigma = \{a/2, a/0, b/2, b/0, c/2, c/0\}$. Donnez un automate d'arbre qui reconnaît le langage des arbres *binaires* dont toutes les branches contiennent toutes les lettres de $\{a, b, c\}$. Une branche va de la racine jusqu'à la feuille (inclue).

► **Exercice 8.**

Soit n un entier positif. Considérez l'alphabet $\Sigma = \{1/0, 1/2, 2/0, 2/2, \dots, n/0, n/2\}$. Donnez un automate d'arbre qui reconnaît le langage des arbres *binaires* dont toutes les branches contiennent toutes les lettres de $\{1, \dots, n\}$. Combien d'états a votre automate ?

► **Exercice 9.**

Donnez un automate d'arbre qui reconnaît un langage d'arbres *binaires* de sorte que le langage des feuilles est $\{a^n b^{2^n} \mid n \geq 1\}$.

► **Exercice 10.**

Soit la taille d'un arbre le nombre de ses nœuds. Donnez un automate pour le langage de tous les arbres avec taille impaire sur l'alphabet $\{f, g, a\}$ (où a est d'arité 0, f d'arité 2 et g d'arité 1).