

## Devoir Maison de Logique n° 4

## Systèmes de preuve pour le calcul des prédicats

**Le devoir est à rendre à vos encadrants de TD la semaine du 5 mai 2014.**

Dans ce devoir, les symboles de prédicat sont notés au moyen de lettres capitales  $P, Q, V, C, A, E, \dots$

**Exercice 1**

Donner une dérivation dans  $\mathcal{G}$  pour chacun des séquents suivant :

1.  $\vdash \forall x(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x))$
2.  $\vdash \exists x P(x) \rightarrow \neg \forall x \neg P(x)$
3.  $\vdash \exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$

**Exercice 2**

Appliquez la résolution à l'ensemble de clauses suivant :

1.  $P(z', z') \vee \neg Q(z)$
2.  $\neg P(a, y)$
3.  $P(x', b) \vee Q(f(x', x))$

**Exercice 3**

1. Mettre en forme clausale l'ensemble de formules suivant :

- (a)  $\forall x(V(x) \rightarrow (C(x) \vee (\exists y(A(x, y) \wedge P(y))))))$
- (b)  $\exists x(E(x) \wedge V(x) \wedge \neg(\exists y A(x, y) \wedge (\neg E(y))))$
- (c)  $\forall x(E(x) \rightarrow \neg C(x))$
- (d)  $\neg \exists x(E(x) \wedge P(x))$

2. Appliquez la résolution à l'ensemble de clauses obtenu afin de montrer que la conjonction des énoncés (a) à (c) entraîne la négation de l'énoncé (d).