

Questions de cours n° 1
L3-Logique**Raisonnement par induction**

Exercice 1 Soit $(X, <)$ un ensemble muni d'un ordre strict.

- Que signifie que cet ordre est bien fondé ?
- Donner un exemple d'ensemble $(X, <)$ bien fondé.
- Donner un exemple d'ensemble $(X, <)$ pas bien fondé.

Exercice 2 Soit \mathcal{X} le sous ensemble des entiers naturels $\{m, 2m, 4m, 8m, \dots\}$ dont l'élément minimal est $m \geq 1$. Soit \mathcal{P} une propriété quelconque sur cet ensemble \mathcal{X} .

- Énoncer le principe d'induction complète pour montrer la propriété \mathcal{P} sur \mathcal{X} .
- Définir une propriété \mathcal{P}_1 concrète (et simple) sur \mathcal{X} .
- Appliquer le principe d'induction énoncé dans le premier point pour montrer la propriété \mathcal{P}_1 sur l'ensemble \mathcal{X} .

Exercice 3 On considère maintenant l'ensemble des arbres binaires. Soit \mathcal{Q} une propriété quelconque sur les arbres binaires.

- Donner une définition inductive de l'ensemble \mathcal{A} des arbres binaires.
- Énoncer le principe d'induction pour montrer la propriété \mathcal{Q} sur l'ensemble \mathcal{A} .
- Définir une propriété \mathcal{Q}_1 concrète (et simple) sur \mathcal{A} .
- Appliquer le principe d'induction énoncé dans le deuxième point pour montrer la propriété \mathcal{Q}_1 sur l'ensemble \mathcal{A} .