

Questions de cours n° 3  
L3-Logique

## Déduction naturelle

**Exercice 1** On se place dans le système de la déduction naturelle  $DN_{prop}$ .

- Quelle est la formule associée au séquent  $A_1, A_2, \dots, A_n \vdash B$ . Instanciez la formule quand  $n = 0$ ,
- Que signifie : « un séquent est valide » ?
- Que signifie : « un séquent est dérivable » ?
- Que signifie : « Le système  $DN_{prop}$  est *correct* » ?
- Que signifie : « Le système  $DN_{prop}$  est *complet* » ?

**Exercice 2**

- Dans le cours, de quel ordre a été muni l'ensemble inductif  $DN_{prop}$  des dérivations de la déduction naturelle.
- Quelles sont les dérivations minimales pour cet ordre ?
- Soit  $\Phi$  la dérivation ci-dessous, quelles sont les dérivations inférieures à  $\Phi$  pour cet ordre ?

$$\frac{\frac{\frac{}{\mathbf{p}, \neg \mathbf{p} \vdash \mathbf{p}} \text{Ax}}{\mathbf{p}, \neg \mathbf{p} \vdash \neg \mathbf{p}} \text{Ax}}{\mathbf{p} \vdash \neg \neg \mathbf{p}} \neg_i}{\vdash \mathbf{p} \rightarrow (\neg \neg \mathbf{p})} \rightarrow_i$$

**Exercice 3** Qu'est-ce que le tiers exclu ?

**Exercice 4** Énoncez les théorèmes suivants qui sont valides en déduction naturelle :

- Affaiblissement.
- Contraction.