

Questions de cours n° 4
L3-Logique

Calcul de Gentzen

Exercice 1

- Donner un séquent $\Delta \vdash \Gamma$, puis donner une dérivation de $\Delta \vdash \Gamma$ dans le système LK qui ne contienne aucune application de la règle *cut*.
- Montrer que le séquent du point précédent est valide.
- Énoncer le *théorème de correction* de LK : Le système LK est *correct*, c'est-à-dire ...

Exercice 2

- Donner un séquent $\Delta \vdash \Gamma$, puis donner une dérivation de $\Delta \vdash \Gamma$ dans le système LK qui contienne au moins une application de la règle *cut*.
- Donner une dérivation du même séquent $\Delta \vdash \Gamma$ qui ne contienne aucune application de la règle *cut*.
- Énoncer le *théorème d'élimination des coupures* de LK :

Exercice 3

- Donner un séquent $\Delta \vdash \Gamma$ valide.
- Trouver une dérivation dans le système LK pour le séquent du point précédent.
- Énoncer le *théorème de complétude* de LK : Le système LK est *complet*, c'est-à-dire ...

Exercice 4 Étant la règle $\wedge d$ du système \mathcal{G} :

$$\frac{\Delta \vdash A, \Gamma \quad \Delta \vdash B, \Gamma}{\Delta \vdash A \wedge B, \Gamma}$$

Énoncer la *propriété de réversibilité* de cette règle.

Exercice 5 Donner une dérivation dans le système LK qui utilise au moins une fois un affaiblissement, au moins une fois une contraction, au moins une fois la règle $\rightarrow g$. Soit $\Delta \vdash \Gamma$ le séquent à la racine de cette dérivation. Donner ensuite une dérivation dans le système \mathcal{G} du même séquent \mathcal{G} .