Evaluation de Performance – Master 1
TD 3 : Génération de Variables Pseudo-Aléatoires

Exercice 1 : La *méthode du centre carré* est une méthode pour générer un nombre de n chiffres à partir d'une *graine* (état initial) de n chiffres. À chaque itération, on fait le carré du nombre à l'état courant, le nouveau nombre est composé des n chiffres centrales de ce carré.

Testez ce méthode en prenant comme graine 44. Quel est le problème ? (si vous n'êtes pas surs de la reponse, essayez encore en changeant de graine).

Exercice 2 : Un système plus efficace et simple en même temps est celui des *congruence linéaires*. Il s'agit d'une méthode pour générer une variable de loi uniforme. Comme dans le cas précédent, les nombres pseudo aléatoires forment une suite dont chaque terme dépends du précédent, selon la formule suivante :

$$x_{n+1} = (a \cdot x_n + c) \ \mathbf{mod} \ m$$

où a est le *multiplicateur*, c est l'*incrément* et m le *module*.

Testez l'algorithme d'abord avec les valeurs de paramètres suivants :

$$x_0 = 1 \qquad a = 2 \qquad c = 0 \qquad m = 7$$

Ensuite avec :

$$x_0 = 1 \qquad a = 3 \qquad c = 0 \qquad m = 7$$

Enfin avec :

$$x_0 = 1 \qquad a = 2 \qquad c = 0 \qquad m = 6$$

Dans quel cas la période est maximale ? Quelles considérations peut-on en déduire ?

Exercice 3 : Supposons de disposer d'une variable U de loi uniforme d'intervalle $]0, 1[$ et de vouloir générer une variable X de loi discrète donnée. Pour chacun des cas suivants, définir la variable et montrer que la définition satisfait la loi désirée :

- Soit X de loi "pile ou face" ;
- Soit X de loi de Bernoulli et de paramètre p ;
- Soit X de loi Binomiale de paramètres n et p ;
- Soit X de loi uniforme sur l'ensemble des entiers de a à b ;
- Soit X de loi discrète sur un ensemble fini ou dénombrable de valeurs, où chaque valeur x_i est associé a une probabilité p_i. (Utiliser la méthode du découpage d'intervalles).

Exercice 4 : Supposons de disposer encore d'une variable U de loi uniforme d'intervalle $]0, 1[$ et de vouloir générer une variable X, cette fois de loi continue avec densité

$$f : \ (-\infty, a) \ \to \mathcal{R}$$

continue et strictement positive. Définir la variable en utilisant la méthode d'inversion et montrer que la définition satisfait la loi désirée.

Exercice 5 : Comparer les méthodes d'inversion et de découpage d'intervalles.

<u>Exercice</u> 6 : Toujours à partir de la même variable U :

- générer une variable X de loi uniforme sur (a, b). Définir la variable et montrer que la définition satisfait la loi désirée ;
- générer une variable X de loi exponentielle de paramètre λ. Définir la variable et montrer que la définition satisfait la loi désirée.