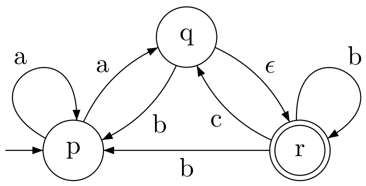
Automates et langages

Sujet de l'examen — RICM1— 8 janvier 2003
(sans documents)

1 Un automate et son langage

Soit L le langage accepté par l'automate $\mathcal{A}$ ci-dessous



1. Trouver une grammaire régulière engendrant L.
2. Trouver une expression régulière dénotant L.
3. Trouver un automate déterministe acceptant L.

2 Un langage régulier plus intéressant

Soit M le langage défini par l'expression régulière étendue $(aaa)^* - (aa)^*$

1. Décrire M en termes usuels.
2. Construire un automate qui accepte M.
3. Le langage M est-il vide? Est-il fini?
4. Trouver une expression régulière pour M.
5. En déduire une formule pour tous les nombres naturels multiples de 3 mais impairs .

3 Un langage non-régulier

Soit le langage $T = \{a^i b^j \mid i \neq j\}$

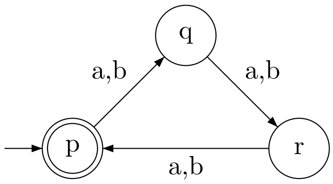
1. Montrer que T est un langage hors contexte en fournissant une grammaire hors contexte qui l'engendre.
   Indication: trouver d'abord les grammaires engendrant $\{a^i b^j \mid i < j\}$ *et* $\{a^i b^j \mid i > j\}$
2. Trouver un automate à pile qui accepte T.
3. Quel est le langage $a^*b^* - T$?
4. Montrer que T n'est pas régulier. *Indication: supposer le contraire et utiliser le point précédent*

4 Une intersection

Un théorème (non vu en cours) dit que l'intersection d'un langage hors contexte et d'un langage régulier est toujours un langage hors contexte. L'exercice suivant en est un cas particulier.

On considère deux langages sur l'alphabet $\{a,b\}$:

- P : le langage hors contexte engendré par la grammaire G: $S \to aSb; S \to R; R \to bRa; R \to \epsilon$
- Q: le langage régulier accepté par l'automate $\mathcal{B}$



1. Décrire P et Q en termes usuels.
2. Trouver une grammaire engendrant le langage $P \cap Q$. Justifier votre réponse.
   Indication: Essayez de faire un produit de G et de $\mathcal{B}$. Les non-terminaux de la nouvelle grammaire pourraient être des couples (un non-terminal de G, un état de $\mathcal{B}$)