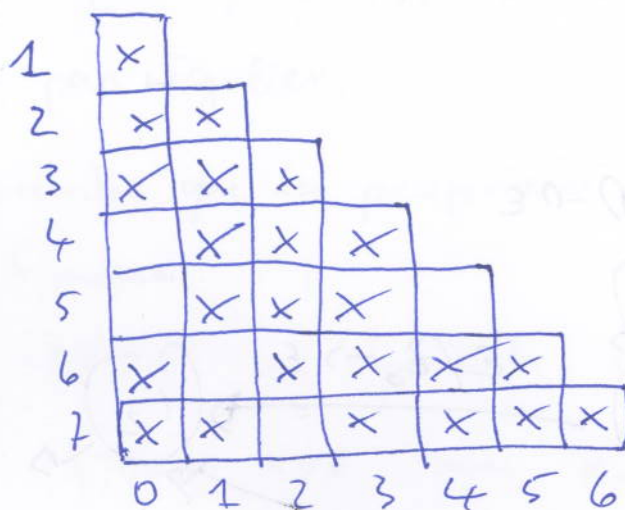


Exercice 1

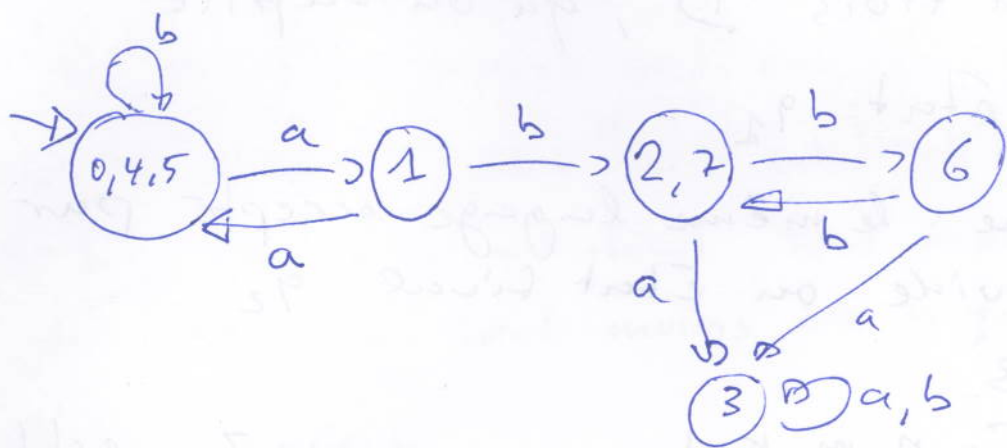
On utilise l'algorithme de marquage vu en TD



Listes:

- $(1,3) \leftarrow (0,3)$
- $(3,4) \leftarrow (0,3)$

Résultat :



on marque d'abord
les couples
(final, non final)
et (non final, final)

On marque $(0,1)$ à cause de
 $(1,2)$

On marque $(0,6)$ à cause de
 $(4,7)$

On marque $(1,3)$ à cause de
 $(2,3)$

etc.

Exercice 2

$c/D \rightarrow DDD$

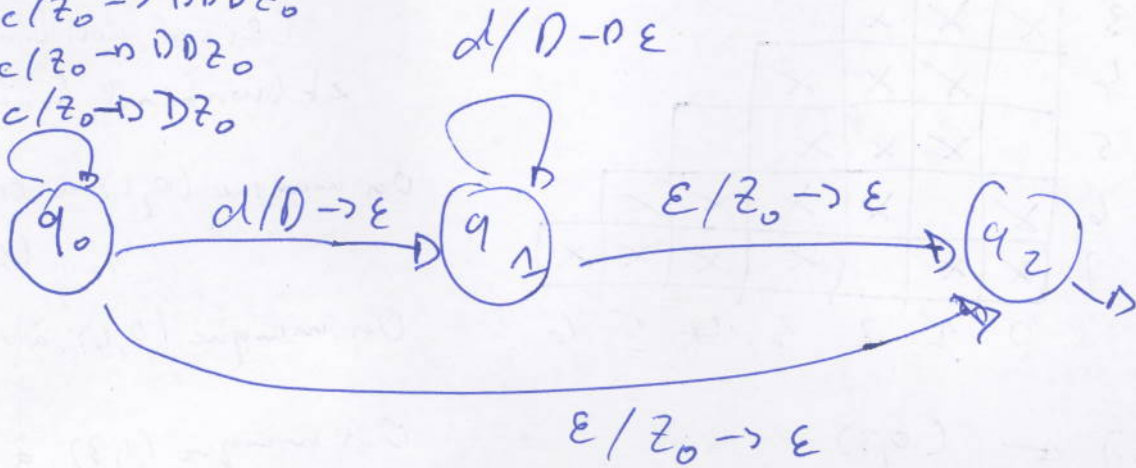
$c/D \rightarrow DD$

$\epsilon/D \rightarrow D$

$c/z_0 \rightarrow DDDz_0$

$c/z_0 \rightarrow DDz_0$

$c/z_0 \rightarrow Dz_0$



Pour chaque c lu ou empilé un ou deux ou trois D , qu'on depile dans l'état q_2 .

Remarque : le même langage accepté par pile vide ou état final q_2

Exercice 3

$L_1 = \{c^n a^m b^k \mid n \neq m \text{ ou } m \neq k\}$ est hors-contexte

$$= \{c^n a^m b^k \mid n \neq m\} \cup \{c^n a^m b^k \mid m \neq k\}$$

$$= \underbrace{\{c^n a^m b^k \mid n < m\}}_{L_3} \cup \underbrace{\{c^n a^m b^k \mid n > m\}}_{L_4}$$

$$\cup \underbrace{\{c^n a^m b^k \mid m < k\}}_{L_5} \cup \underbrace{\{c^n a^m b^k \mid m > k\}}_{L_6}$$

On donne une grammaire hors-contexte pour L_1

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$

$$S_1 \rightarrow S_1 b \mid A_1 \mid A_2$$

$$A_1 \rightarrow c A_1 a \mid C$$

$$C \rightarrow c \mid c C$$

$$A_2 \rightarrow c A_2 a \mid D$$

$$D \rightarrow D a \mid a$$

S_1 génère $L_3 \cup L_4$
et S_2 génère $L_5 \cup L_6$

$$S_2 \rightarrow c S_2 \mid B_1 \mid B_2$$

$$B_1 \rightarrow a B_1 b \mid E$$

$$E \rightarrow a \mid a E$$

$$B_2 \rightarrow a B_2 b \mid F$$

$$F \rightarrow F b \mid b$$

Exercice 4

$L_2 = \{x \in y \mid \#x, y \in \{a, b\}^* \text{ tel que } |x|_a = |y|_b\}$
 n'est pas régulier.

On montre que la propriété du lemme d'itération est fautive.

Pour $N > 0$ on choisit $a^N c b^N \in L_2$

On considère xyz avec ~~xz~~ $x = \epsilon$ et $z = \epsilon$

On considère chaque décomposition $uvw = y$

Si v contient ~~un~~ ^{le} c , alors clairement

$uv^2w \notin L_2$ car il contient ~~plus~~ deux c

Si v ne contient pas le c , v est soit composé que de a (au moins un) ou que de b

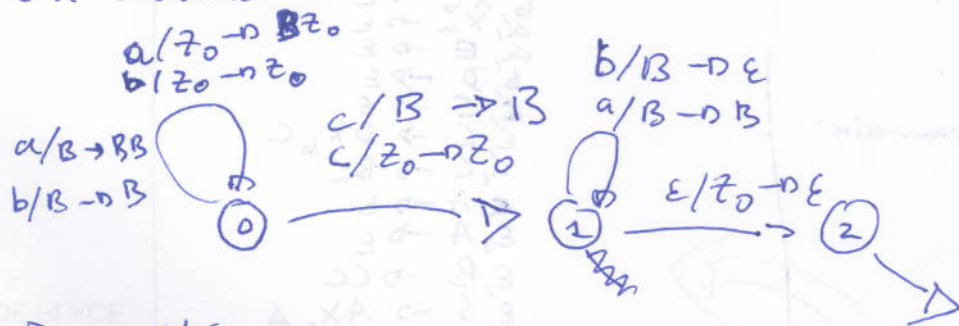
dans ce cas, $uv^0w = uw$ n'est pas

dans L_2 car uw contient soit moins de

a que de b , soit moins de b que de a

L_2 est hors-contexte

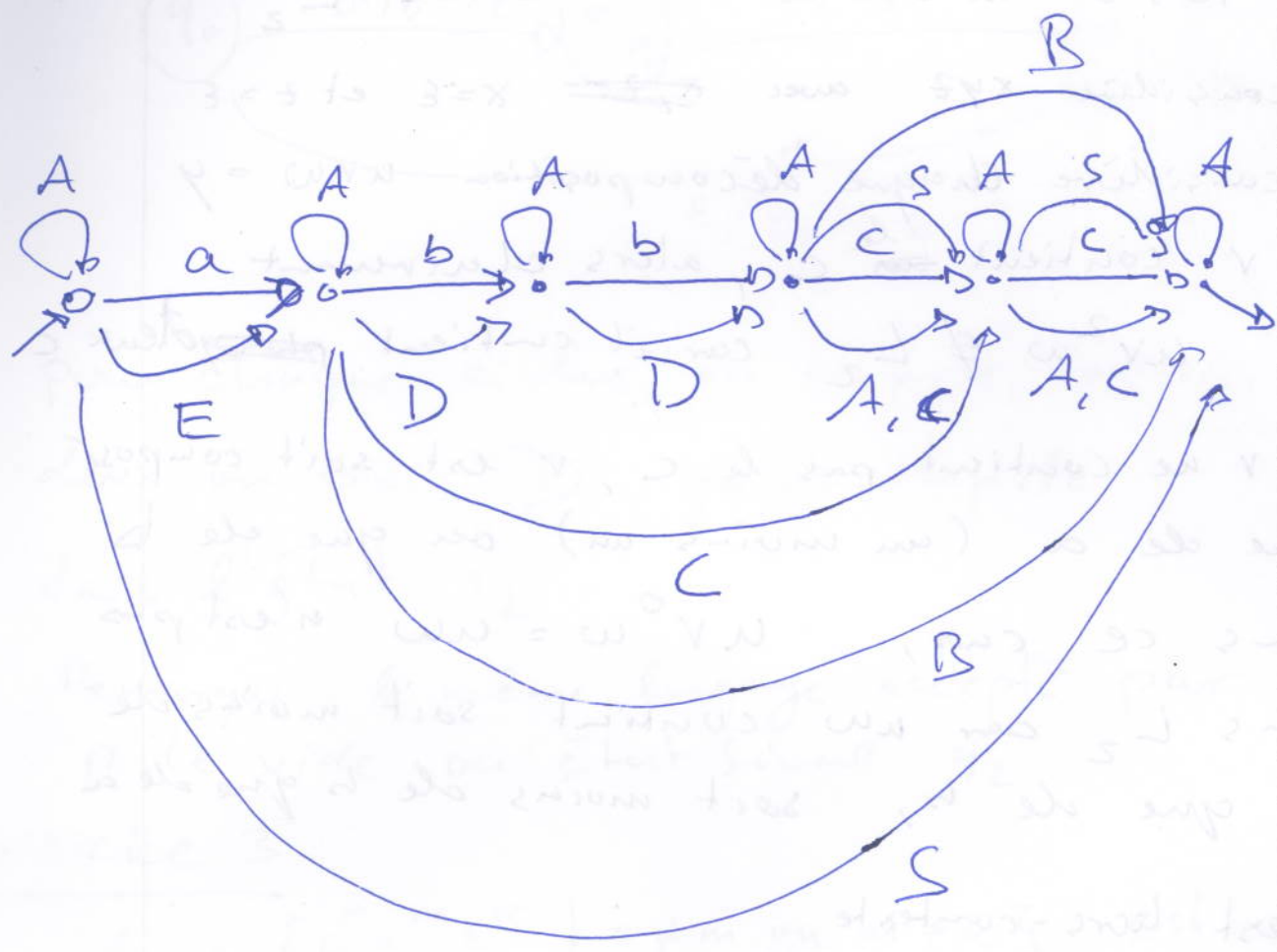
On donne un automate à pile:



Dans l'état 0, on empile un B pour chaque a lu, et on dépile ces B dans l'état 1 pour chaque b lu, on passe de 0 à 1 avec c .

Exercice 5

$pre^*(\{abbcc\})$:



$S \in pre^*(\{abbcc\})$. Donc

$abbcc \in L(A)$

Automate à pile:

On transforme d'abord la grammaire:

- $S \rightarrow AEB \mid DEX_a \mid AX_cA$
- $B \rightarrow CC$
- $A \rightarrow \epsilon \mid c$
- $C \rightarrow aBC \mid DX_bC \mid c$
- $D \rightarrow b$
- $E \rightarrow a$
- $X_a \rightarrow a$
- $X_b \rightarrow b$
- $X_c \rightarrow c$

c, X_c	\rightarrow	SE
a, X_a	\rightarrow	EE
b, X_b	\rightarrow	EE
ϵ, A	\rightarrow	EE
ϵ, B	\rightarrow	EE
ϵ, C	\rightarrow	EE
a, C	\rightarrow	DX_bC
ϵ, A	\rightarrow	EA
ϵ, A	\rightarrow	EA
ϵ, B	\rightarrow	CC
ϵ, S	\rightarrow	AX_cA
ϵ, S	\rightarrow	DEX_a
ϵ, S	\rightarrow	AEB