

Algèbre et Calcul

Responsable : Thomas Ehrhard (2023)
après Christine Tasson (2017), Bérénice Delcroix-Oger
(2020) et Michele Pagani (2022)

9,7 permanents PR : 1 MCF : 4,8 DR : 1 CR : 2,8
ATER : 0,7 PostDoc : 0 Doc : 8,7 Emérites : 0,5
Total : 19,5 membres

Thématiques et enjeux

Étude des structures mathématiques qui apparaissent dans le calcul. Non exhaustivement :

- **Calcul, catégories et topologie algébrique** : programmes comme transformations géométriques dans différents types d'espaces + ou – abstraits.
 - ▶ Programme concurrent \rightsquigarrow chemin dans un espace dirigé
 - ▶ HoTT (Martin-Löf, relations logiques, types homotopiques).
- **Logique linéaire et sémantique** : dichotomie linéaire/non-linéaire dans les programmes et les preuves.
 - ▶ Sémantiques probabilistes et **interactives**.
 - ▶ Structures différentielles en programmation (en ML par ex).
- **Outils catégoriques et topologiques pour les langages et les automates** (avec **Automates et applications**).
 - ▶ Monade de probabilité + non déterminisme (loi distr).
 - ▶ Automates d'ordre supérieur, λ -calcul profini, dualité de Stone.

Vie et organisation

- **Vie scientifique** organisée autour
 - ▶ du séminaire du pôle PPS
 - ▶ du groupe de travail **Sémantique**
 - ▶ du groupe de travail **Catégories supérieures, polygraphes et homotopie**.

Les membres d'AC sont régulièrement invités à proposer des exposés ou des orateurs pour ces groupes de travail.

- Les questions de **politique scientifique** sont discutées en AG du pôle (une fois par mois, avant le séminaire PPS).

Faits marquants

- **38 thèses** (dont plusieurs en commun avec d'autres équipes), pour 9 membres HdR.
Prix Gilles Kahn 2019 pour Raphaëlle Crubillé.
- **Projets structurants** :
 - ▶ Projet franco-chinois VIP (2018-2020) + quelques ANR.
 - ▶ GDRI (IRN) franco-italien sur la Logique Linéaire (2015-2022)
↪ workshop TLLA, Handbook de Logique Linéaire.
 - ▶ Création de l'EP INRIA **Picube**, succède à πr^2 .
- **Covid** atténué au mieux par le labo : accès privilégié aux locaux pour les doctorants, mise en place d'outils techniques, dont **Galène** développé par Juliusz Chroboczek (ACS).
↪ séminaires et collaborations à distance.

Projection

De nombreuses perspectives.

- Unifier Logique linéaire (\supseteq récursion générale) et Théorie des types dépendants (totale, basée sur **Set**, préfaisceaux, etc).
- Étendre/raffiner la sémantique probabiliste analytique : séries de Taylor, séquentialité, conditionnement bayésien etc.
- Articuler **LL différentielle** et prog. différentiable (ML).
- Nouvelles techniques catégoriques pour l'homotopie (dirigée, stratifiée, en lien avec la concurrence et les ∞ -catégories), et la **réécriture stochastique**.
- Clones infinitaires et problèmes de satisfaction.
- Dualité de Stone, langages d'ordre supérieur et description logique de la complexité (avec **Automates et app.**).
- Effets calculatoires et topologie, lois distributives généralisées entre monades (avec **Automates et app.**).

Besoins

- **Maintien d'une culture scientifique commune.**
Outil : les 2 groupes de travail, avec notamment des exposés de membres d'Algèbre et calcul.
- **Recrutement d'un rang A.**
 - ▶ 2 A pour 9,7 permanents non émérites.
 - ▶ Départ de MCF très actives dans l'encadrement scientifique et le montage de projets : Christine Tasson (promotion PR en 2020) et Bérénice Delcroix-Oger (mutation en 2021).
- **Temps disponible** (délégations, CRCT) pour permettre à nos enseignants-chercheurs de
 - ▶ mieux faire avancer leur recherche
 - ▶ écrire leur HDR, candidater aux ANR etc.

Focus scientifique : Jeux de Gabarit et Logique Linéaire Différentielle

La sémantique des jeux s'appuie sur une intuition explorée par Gérard Berry et Pierre-Louis Curien à la fin des années 1970 :

« La compilation peut être décrite comme une sémantique »

Elle se trouve au point de convergence thématique entre :

- ▷ **sémantique des traces** en théorie de la concurrence
- ▷ **sémantique des domaines** en théorie de la programmation
- ▷ **sémantique opérationnelle** et machines à environnement

Un problème ouvert depuis de nombreuses années est de bien articuler **sémantique des jeux** et **logique linéaire différentielle**.

Focus scientifique : Jeux de Gabarit et Logique Linéaire Différentielle

Principe cardinal :

Toute formule logique A définit un jeu entre deux joueurs

- ▷ **Joueur** (Preuve, Programme) qui cherche à établir A
- ▷ **Opposant** (Environnement) qui veut réfuter la formule A

Joueur
Preuve
Programme

joue
la formule A



Opposant
Contre-preuve
Environnement

joue
la formule $\neg A$

Focus scientifique : Jeux de Gabarit et Logique Linéaire Différentielle

Les jeux de gabarit sont apparus au printemps 2018 :

Categorical combinatorics of scheduling and synchronization in game semantics. PoPL 2019.

décrivant une sémantique de la **logique linéaire différentielle** :

Template games and differential linear logic. LiCS 2019.

ensuite étendue à une **sémantique asynchrone/concurrente** :

Asynchronous template games. LiCS 2021.

Illustrent l'importance des outils de la **théorie de l'homotopie** et des **catégories de petites dimensions** (dim. 2 et 3).

Focus scientifique : Jeux de Gabarit

Un **jeu de gabarit** (= template game) est défini comme
une **catégorie** A de **positions** et de **trajectoires**
munie d'un **foncteur de polarisation**

$$\begin{array}{c} A \\ \downarrow \lambda_A \\ \mathfrak{t}_{\text{game}} \end{array}$$

vers la **catégorie** $\mathfrak{t}_{\text{game}}$ **librement engendrée** par le graphe :

$$\langle \ominus \rangle \begin{array}{c} \xleftarrow{O} \\ \xrightarrow{P} \end{array} \langle \oplus \rangle$$

Focus scientifique : Jeux de Gabarit

Une **stratégie** $\sigma : A \dashrightarrow B$ entre jeux de gabarit est

une **catégorie** A de **positions** et de **trajectoires**

munie d'un **foncteur d'ordonnement** (scheduling)

$$\begin{array}{c} S \\ \downarrow \lambda_\sigma \\ \mathfrak{J}_{\text{strat}} \end{array}$$

vers la **catégorie** $\mathfrak{J}_{\text{strat}}$ **librement engendrée** par le graphe :

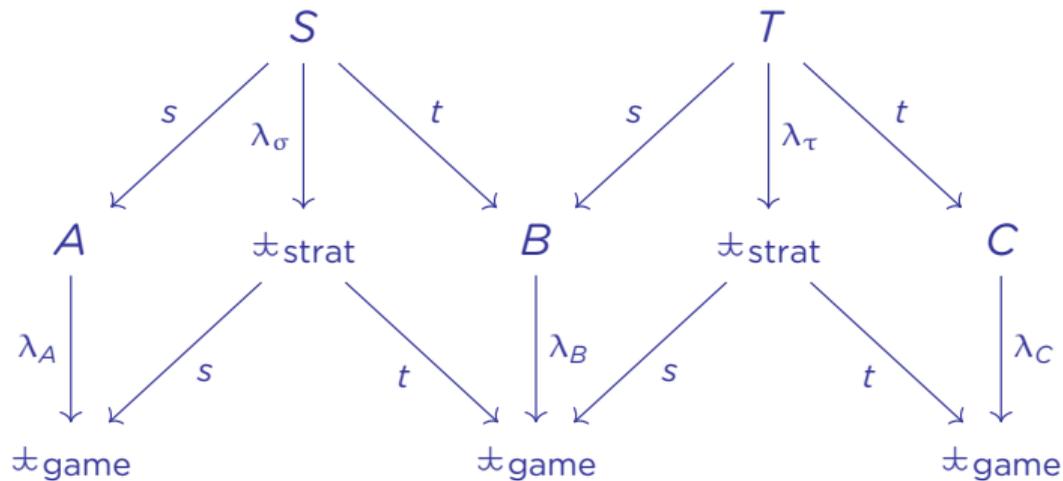
$$\langle \ominus, \ominus \rangle \begin{array}{c} \xleftarrow{P_s} \\ \xrightarrow{O_s} \end{array} \langle \oplus, \ominus \rangle \begin{array}{c} \xleftarrow{O_t} \\ \xrightarrow{P_t} \end{array} \langle \oplus, \oplus \rangle$$

Focus scientifique : Jeux de Gabarit

Deux stratégies

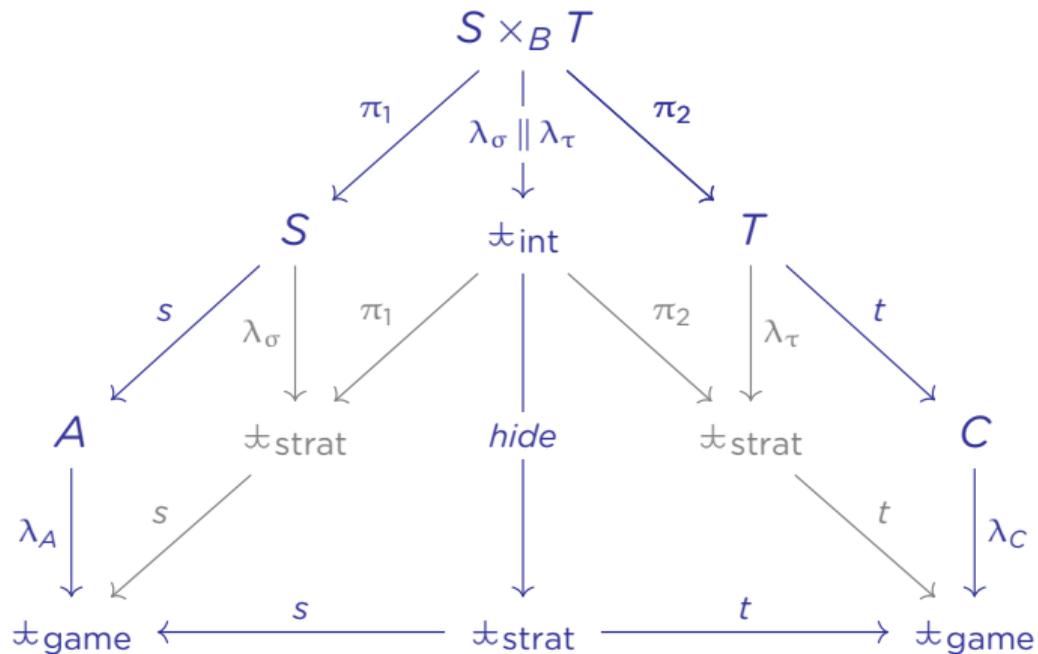
$$\sigma : A \multimap B \qquad \tau : B \multimap C$$

sont composées en les mettant l'une à côté de l'autre :



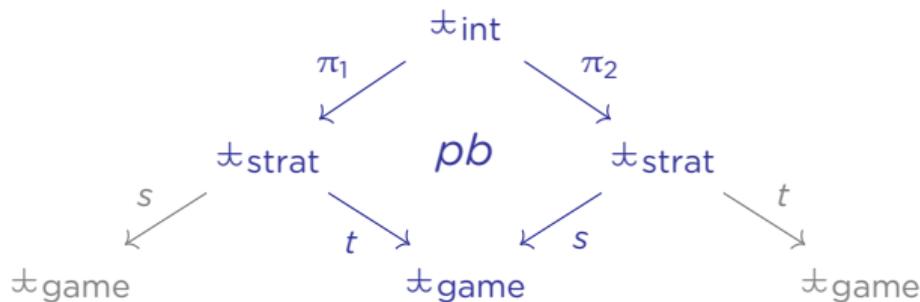
Focus scientifique : Jeux de Gabarit

puis en calculant le **produit fibré** (pullback) des catégories :



Focus scientifique : Jeux de Gabarit

La construction repose sur l'observation que le produit fibré



est la **catégorie** \mathfrak{J}_{int} **librement engendrée** par le graphe

$$\langle \ominus, \ominus, \ominus \rangle \begin{array}{c} \xleftarrow{P_s} \\ \xrightarrow{O_s} \end{array} \langle \oplus, \ominus, \ominus \rangle \begin{array}{c} \xleftarrow{O|P} \\ \xrightarrow{P|O} \end{array} \langle \oplus, \oplus, \ominus \rangle \begin{array}{c} \xleftarrow{O_t} \\ \xrightarrow{P_t} \end{array} \langle \oplus, \oplus, \oplus \rangle$$

.

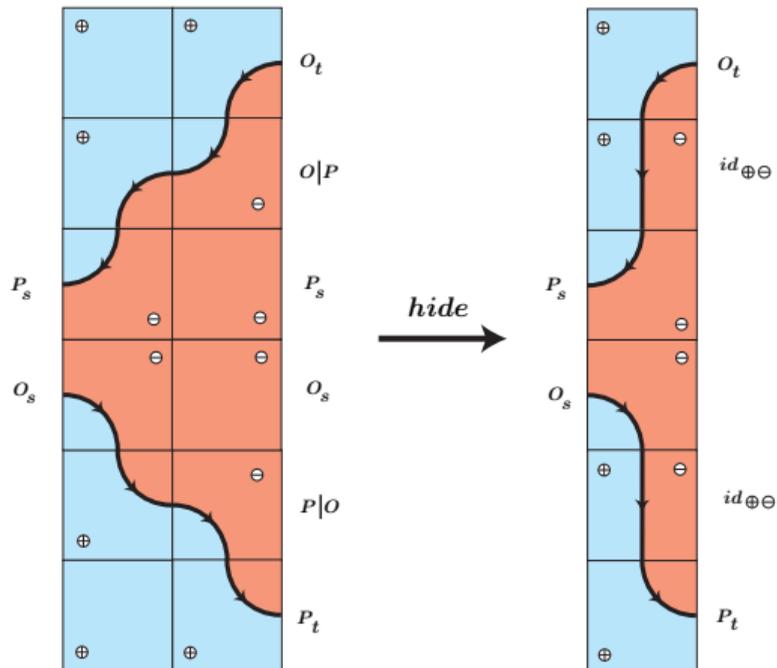
Focus scientifique : Jeux de Gabarit

Le foncteur

$$hide : \mathfrak{J}_{int} \longrightarrow \mathfrak{J}_{strat}$$

du **gabarit des interactions**
dans **le gabarit des stratégies**

a pour rôle de dissimuler
les échanges internes
entre stratégies :



Focus scientifique : Jeux de Gabarit et Logique Linéaire Différentielle

Cette définition de la composition implémente le slogan

composition = synchronisation + hiding

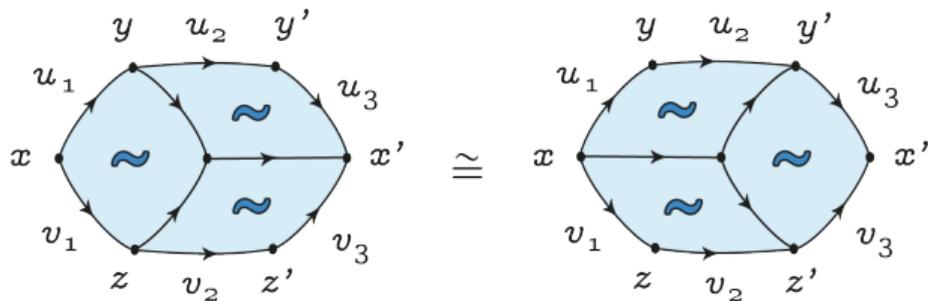
Sémantique des jeux de la logique linéaire différentielle, où la gestion des copies utilise la **théorie de l'homotopie**.

Focus scientifique : Jeux de Gabarit

Les jeux de gabarit asynchrones permettent à la fois de définir une sémantique de la **logique de séparation concurrente**

PAM, Léo Stefanescu.

Concurrent separation logic meets template games. LiCS 2020.



Nous avons bon espoir de pouvoir les relier aux modèles probabilistes et analytiques de la **logique linéaire différentielle**.

Résumé

Équipe **Algèbre et calcul** :

- 19,5 membres dont 9,7 permanents
- 2 groupes de travail réguliers + séminaire PPS
- 5 thèmes principaux :
 - ▶ calcul, topologie algébrique et catégories
 - ▶ sémantique de la logique linéaire et au-delà
 - ▶ sémantique des programmes probabilistes
 - ▶ structures différentielles en programmation et en logique
 - ▶ modèles et langages (en lien avec **Automates et applications**).
- 120 publiés sur la période (au prorata multi-équipe).