INFORMATIQUE
Sciences
Université Paris Cité

Les Horloges

M2

Lélia Blin

lelia.blin@irif.fr

2023

Les horloges physiques

Les horloges physiques

C'est quoi?

- C’est l’horloge physique des machines
- L’horloge qui donne l’heure suivant notre propre temps
- Elles sont cadencées par un mécanisme physique

Les horloges physiques

C'est quoi?

- C'est l'horloge physique des machines
- L'horloge qui donne l'heure suivant notre propre temps
- Elles sont cadencées par un mécanisme physique

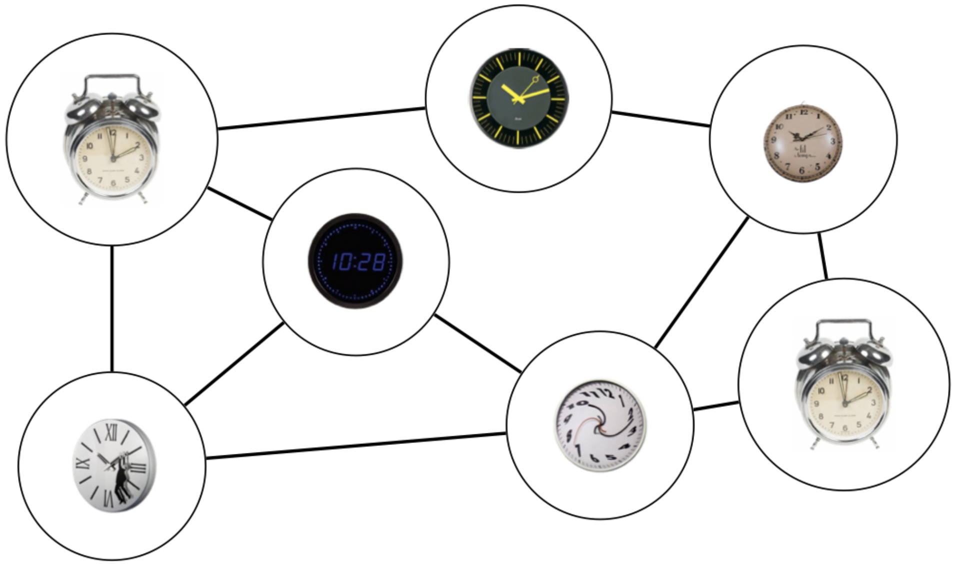
Notations

- Un noeud i qui lit l'heure au temps t obtiendra la valeur $H_i(t)$
- Si l'horloge est parfaite $H_i(t) = t$

Remarques

- Une horloge physique n'est bien sur pas parfaite elle peut subir des variations de précision
  - changement température
  - problèmes d'alimentation électrique
  - .....

Horloge dans les systèmes répartie



- Dans les systèmes répartie chaque noeud i a sa propre horloge H_i
- Les temps d'horloges peuvent être différents
- Il n'y a pas *forcément* d'horloge commune partagée

Mesure du temps

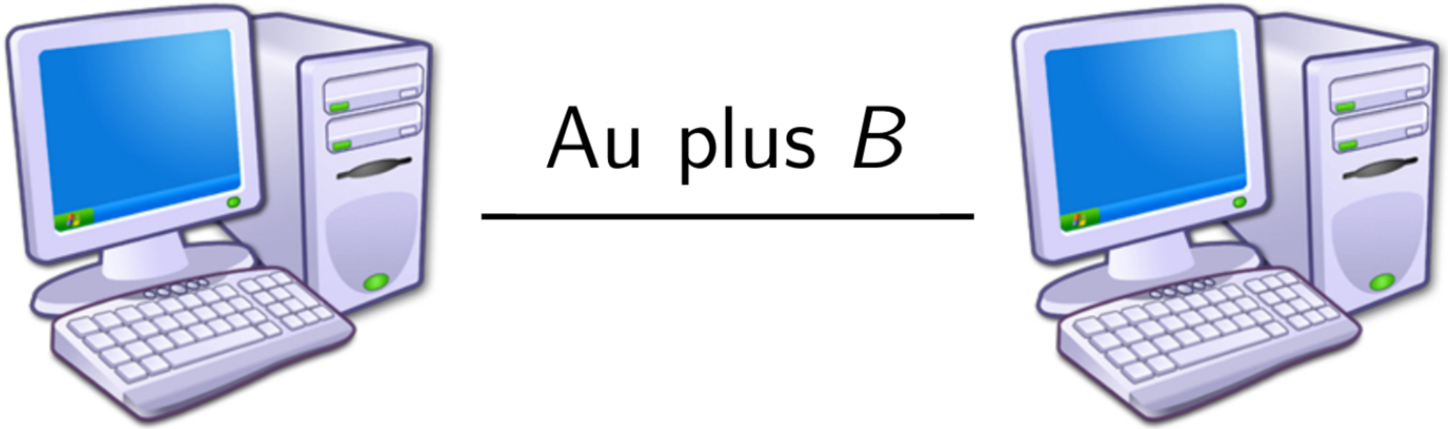
- De nombreux logiciel se basent sur une mesure de temps pour fonctionner
    - compilateur: compilation séparée
    - programmes qui font automatiquement
        - le ménage de fichiers
        - le classement de fichiers
        - l'archivage de fichiers
        - la destruction de fichiers

Mesure du temps

Temps

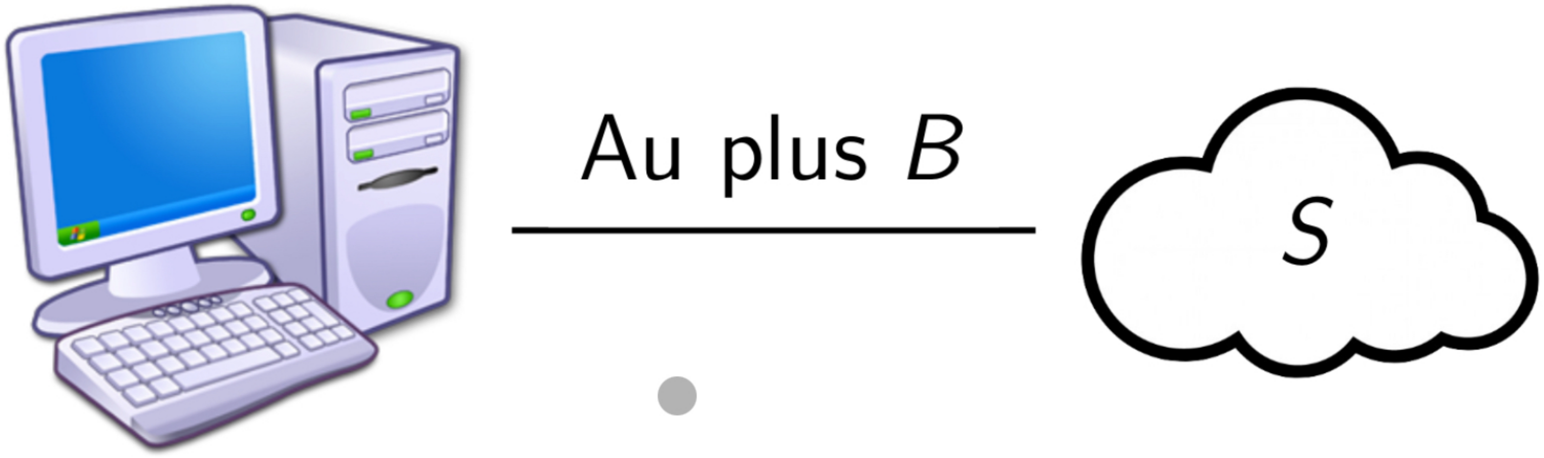
- Une mauvaise mesure du temps peut faire de nombreux dégâts catastrophiques
- Pour pallier à cela une des solutions est:
  - De faire en sorte que tous les noeuds aient le «même» temps
  - Cette solution s'appelle ***la synchronisation***

Synchronisation interne



- On veut obtenir une borne de la divergences des horloges entre elles
  - on note cette borne par B
- Pour tout noeud i et j et tout temps t on veut: $|H_i(t) - H_j(t)| < B$

Synchronisation externe



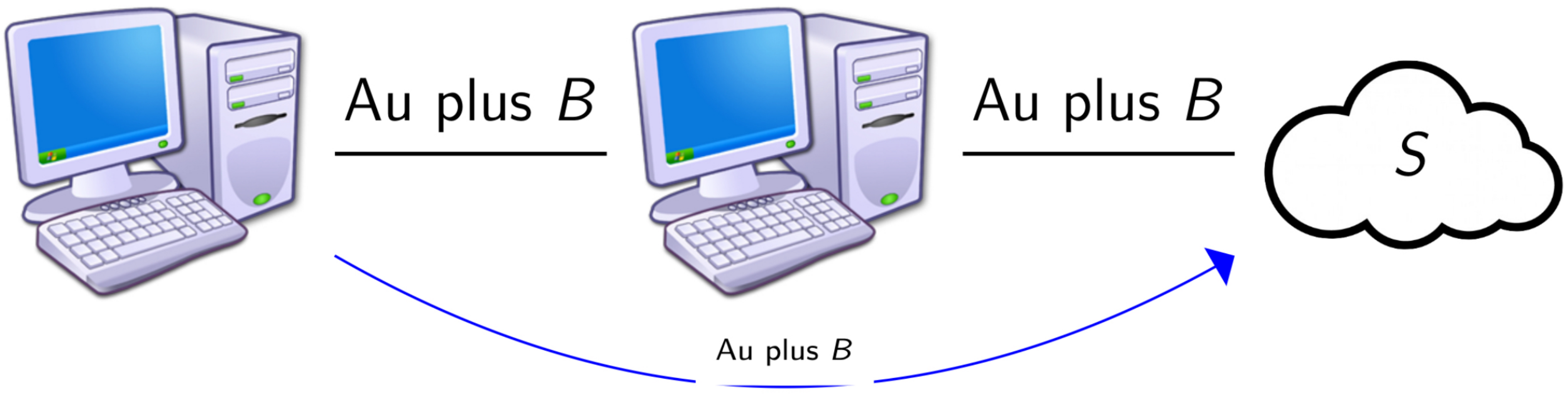
- On veut que toute les horloges soient synchronisées par rapport à une source externe S avec une différence au plus B
- B est la divergence des horloges entre elles
- Pour tout noeud i et tout temps t on veut: $|H_i(t) - S(t)| < B$

Remarque

- Si les horloges ont une synchronisation externe d'au plus B alors elles ont une synchronisation interne d'au plus $2B$

Remarque

- Si les horloges ont une synchronisation externe d'au plus B alors elles ont une synchronisation interne d'au plus $2B$



Synchronisation interne de deux horloges

Réseau faiblement synchrone

Borne supérieure

- Dans ce modèle, on connaît une borne supérieure maximum
- Autrement dit:
  - le temps maximum que met un message pour transiter
  - ou le temps maximum que met un message pour aller d'un noeud vers un autre noeud

Borne inférieure

- On peut toujours donner une borne inférieure $min \geq 0$
- Sinon le message n'est pas envoyer
- On peut aussi mesurer de façon empirique, en se basant sur les contraintes physiques rencontrées pour communiquer

Méthode

Lorsque le noeud i veut synchroniser son horloge sur l'horloge du noeud j
il envoie un message $< HORLOGE >$ à j

Méthode

- Lorsque j reçoit ce message, il renvoie le message $< HORLOGE, H_j(t) >$ à i
- Lorsque i reçoit ce message, i donne à son horloge l'heure suivante
  - $H_i(t) = H_j(t) + (max + min)/2$

Exemple

- $min = 2'', max = 10''$
- $H_j(t) = 2'34''$
- $H_i(t) = 2'34'' + (2'' + 10'')/2 = 2'40''$
- Soit d le temps réel de parcours
- Quand i change son heure, $H_j(t) = 2'34'' + d$
- Remarque: $min \leq d \leq max$

Les cas extrêmes: exemple

- Cas très rapide:
  - $d = 2''$
  - $H_i(t) = 2'40''$ et $H_j(t) = 2'36''$
  - différence $\longrightarrow 4''$
- Cas très lent
  - $d = 10''$
  - $H_i(t) = 2'40''$ et $H_j(t) = 2'44''$
  - différence $\longrightarrow 4''$

Cas très rapide

- $d = min$
- $Hi(t) = Hj(t) + (max + min)/2$ et
- $H_j(t) = H_j(t) + min$
- différence = $[H_j(t) + (max + min)/2] - [H_j(t) + min]$
- différence =$(max - min)/2$

Cas très lent

- $d = max$
- $H_i(t) = H_j(t) + (max + min)/2$ et
- $H_j(t) = H_j(t) + max$
- différence = $[H_j(t) + max] - [H_j(t) + (max + min)/2]$
- différence =$(max - min)/2$

Borne

- $B = (max - min)/2$

Synchronisation externe

- On va considérer un réseaux asynchrone
- Dans ce cas la borne max n’existe pas
- Le réglage va se faire en mesurant empiriquement la durée d’aller retour
- Le réglage va se faire par rapport à cette durée mesurée

Méthode

- Lorsque le noeud i veut synchroniser son horloge sur l'horloge d'une source externe S
- il envoie un message $< HORLOGE >$ à S
- Il déclenche en même temps un chronomètre

Méthode

- Lorsque le noeud i reçoit le message de la source:
- Il arête son chronomètre
- T est le temps mesurée
- Le noeud i met son horloge à $S(t) + T/2$

Inconvénients

- Dans se cas on considère que:
- Les temps aller retour ont étaient les mêmes.
- Ce qui est rarement le cas

Message rapide à l’aller

- Considérons le cas d’un message rapide à l’aller (temps 0s)
- Et un message lent au retour (temps T).
- Quand i change son horloge a $S(t) + T/2$
- S à une horloge de $S(t) + T$
- Donc il y a une différence de $T/2$

Message rapide au retour

- Considérons le cas d'un message lent à l'aller (temps T)
- Et un message rapide au retour (temps 0s)
- quand i change son horloge a $S(t) + T/2$
- S à une horloge de $S(t) + 0$
- Il y a donc une différence de $T/2$

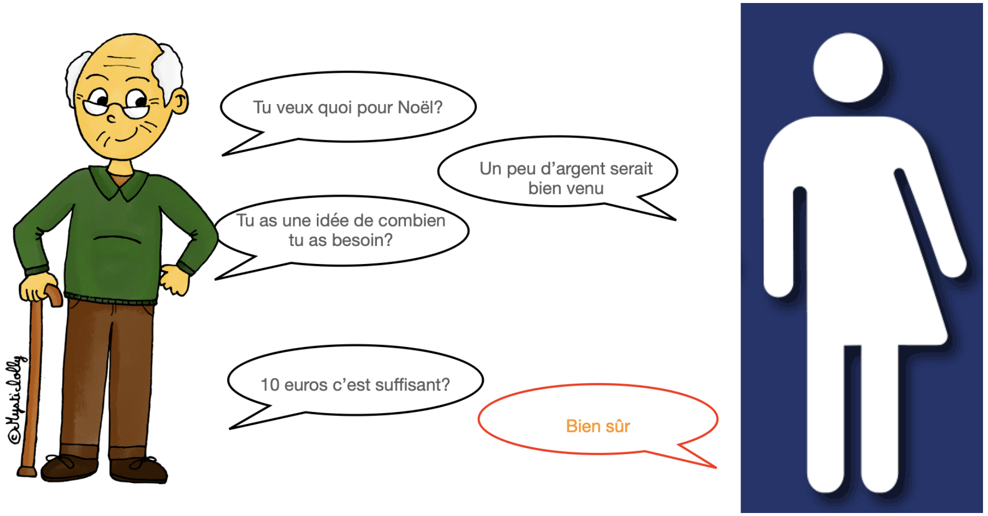
Commentaires

- En pratique cette mesure est appliquée de nombreuse fois et il est fait des **statistiques** sur les temps d'aller retour.
- Ces statistiques sont utilisées pour synchronisée l'horloge.
- Ce réglage est bon si les variations aller retour sont faibles ce qui n'est pas toujours le cas.

Questions

- A t-on besoin pour chaque tâche d'avoir une mesure de temps exacte?
- Exemples:
  - Dans une conversations par emails:
    - L'heure exacte d'envoie des email est-il plus important que l'ordre des emails dans la conversations?
  - Dans la gestion des fichiers:
    - L'heure exacte de la sauvegarde externe est-elle importante pour pouvoir effacer des donner locales?
    - Ou est-il seulement important de savoir que la sauvegarde externe a été faite avant d'effacer localement?


Tu veux quoi pour Noël?
Un peu d'argent serait bien venu
Tu as une idée de combien tu as besoin?
Bien sûr
10 euros c'est suffisant?
Je pensais à 50 😁


Tu veux quoi pour Noël?
Un peu d'argent serait bien venu
Tu as une idée de combien tu as besoin?
10 euros c'est suffisant?
Bien sûr

Horloges logiques

Constat

- Les horloges physiques sont difficiles à synchroniser finement.
- Toutes les applications n’ont pas besoin d’avoir une mesure de temps très précise
- Il suffit dans bien des cas de savoir si un événement à eu lieu **avant** ou **après** tel autre.

Constat

- Nous allons voir des horloges suffisamment précises pour distinguer l'avant de l'après
- Mais insuffisamment précises pour mesurer un temps physique

Contexte

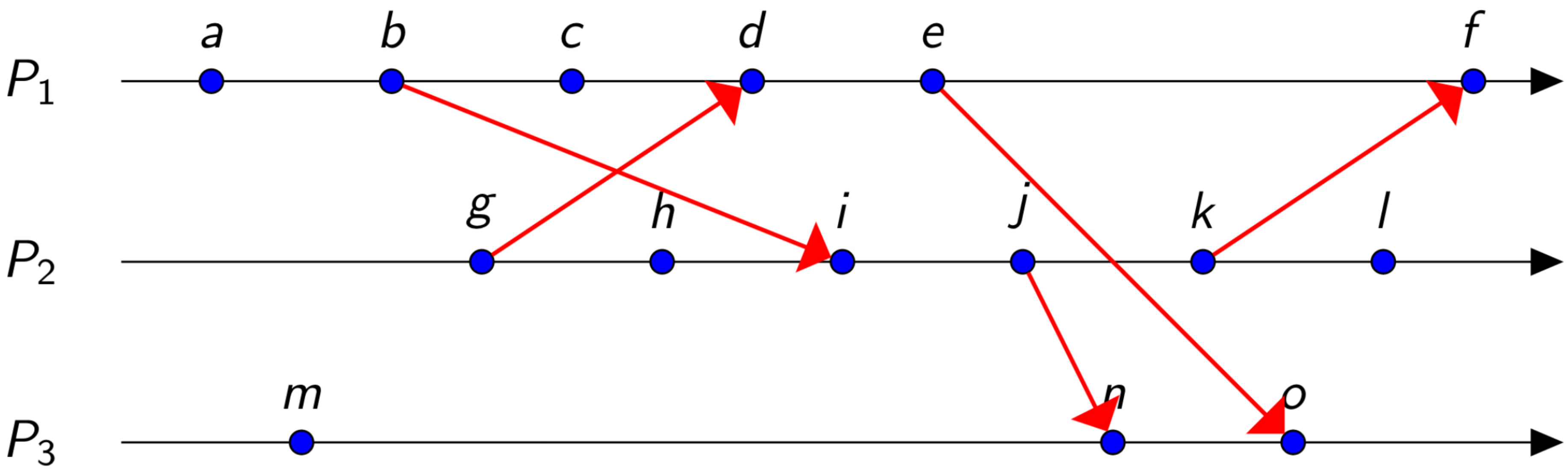
- Les systèmes répartis que nous considérons ici n'ont ni mémoire commune ni horloge commune.
- On veut pouvoir capturer:
  - Un comportement global correct du système
  - Ordonner les envois et réceptions de messages
- Le problème c'est que lorsque on regarde au niveau de chaque machine cela est très compliqué

Evénements locaux

Un **événement** e est :

- soit l'envoie d'un message.
- soit la réception d'un message.
- soit un calcul interne.

Graphe de précédence immédiate



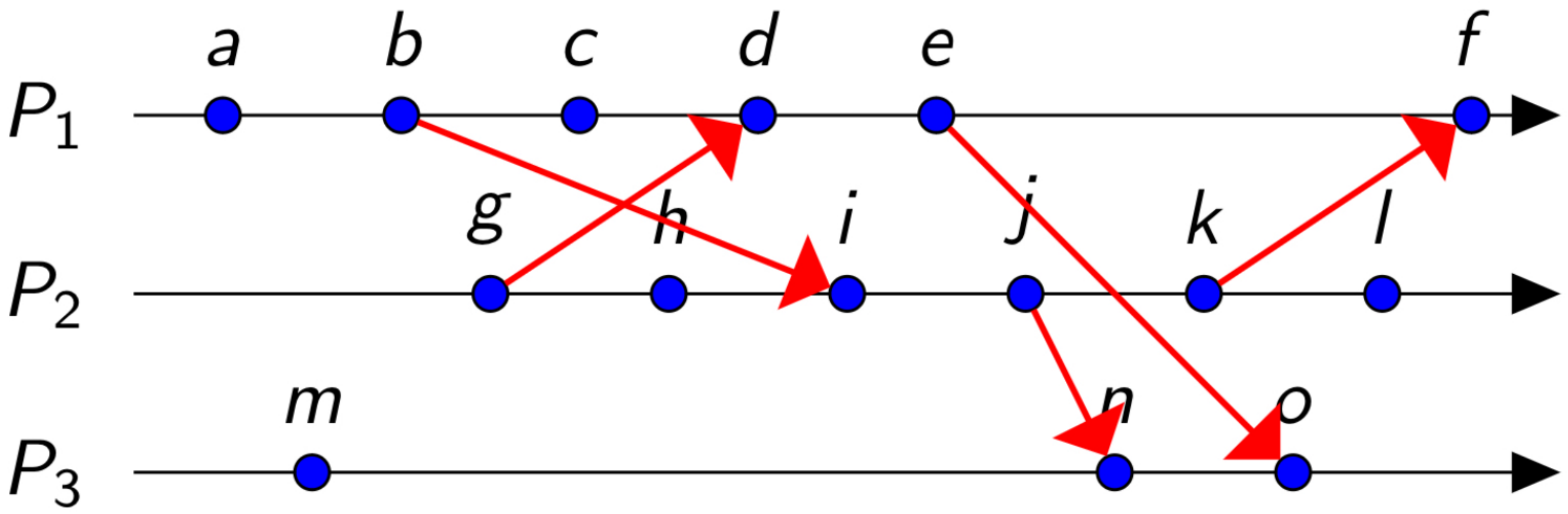
Un ordre causal

- Un ordre causal est un **ordre partiel** sur les événements.
- Si e et e' sont sont deux événements
  - on note $e \rightarrow e'$ (e précède e' suivant l'ordre) si et seulement si une des trois conditions suivantes est vraie:
    a. e et e' ont lieu sur le même noeud avec e avant e'
    b. $e = Envoyer(< M >)$ et $e' = Recevoir(< M >)$ -- M est le même message
    c. Il existe un événement e'' tel que $e \rightarrow e''$ et $e\backslash' \rightarrow e'$

Remarques

- La condition 3 est la clôture transitive de la relation →
- Le graphe de la relation → n’a** aucun circuit**
  - on ne remonte pas le temps
- Certains sommets (événements) ont des prédécesseurs, d’autres pas.
  - C'est un **ordre partiel**

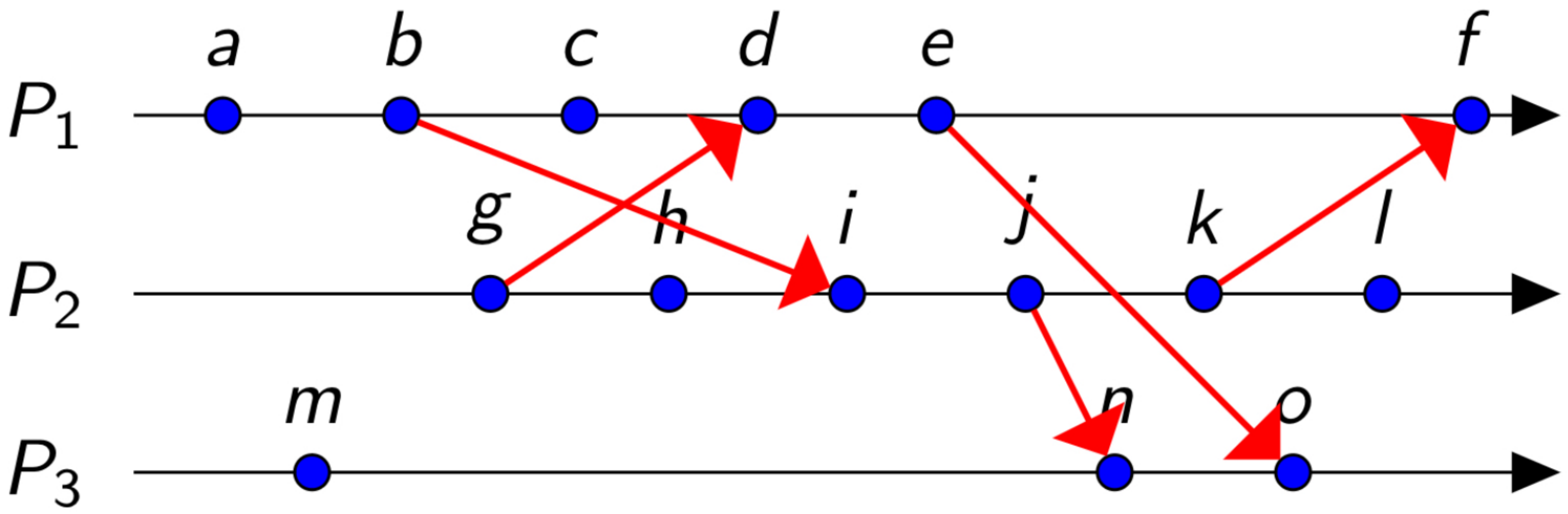
Graphe de précédence immédiate



Question: Existe t'il un ordre causal entre a et b ?

Réponse: ...

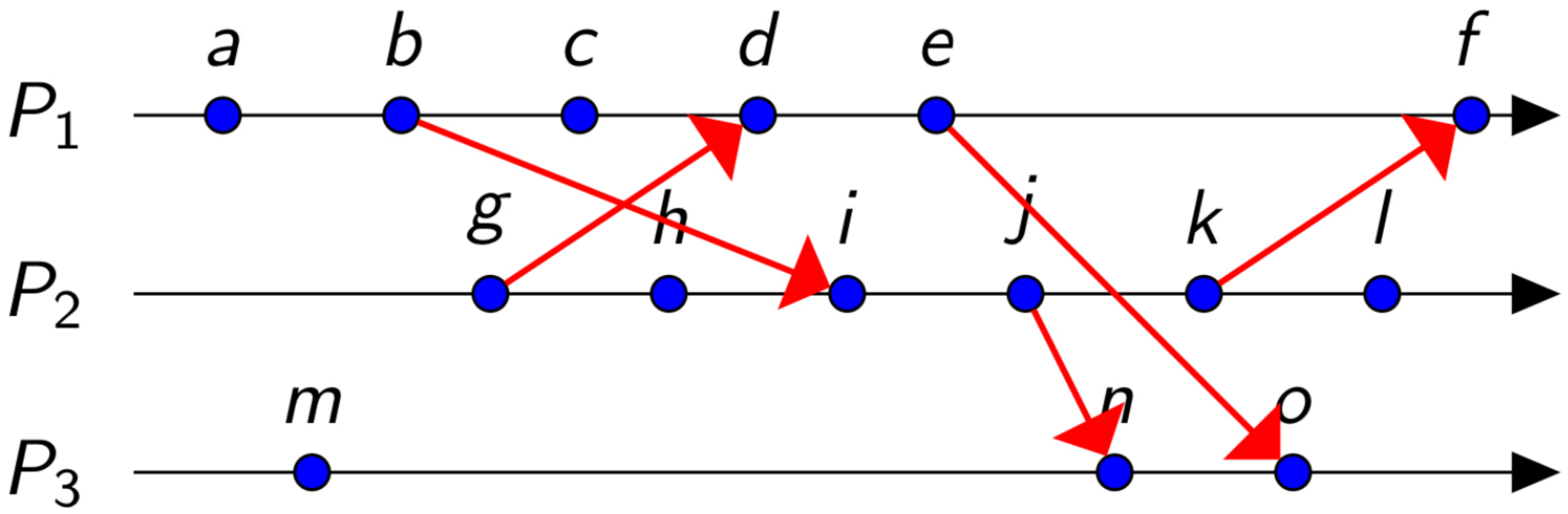
Graphe de précédence immédiate



Question: Existe t'il un ordre causal entre a et i ?

Réponse: ...

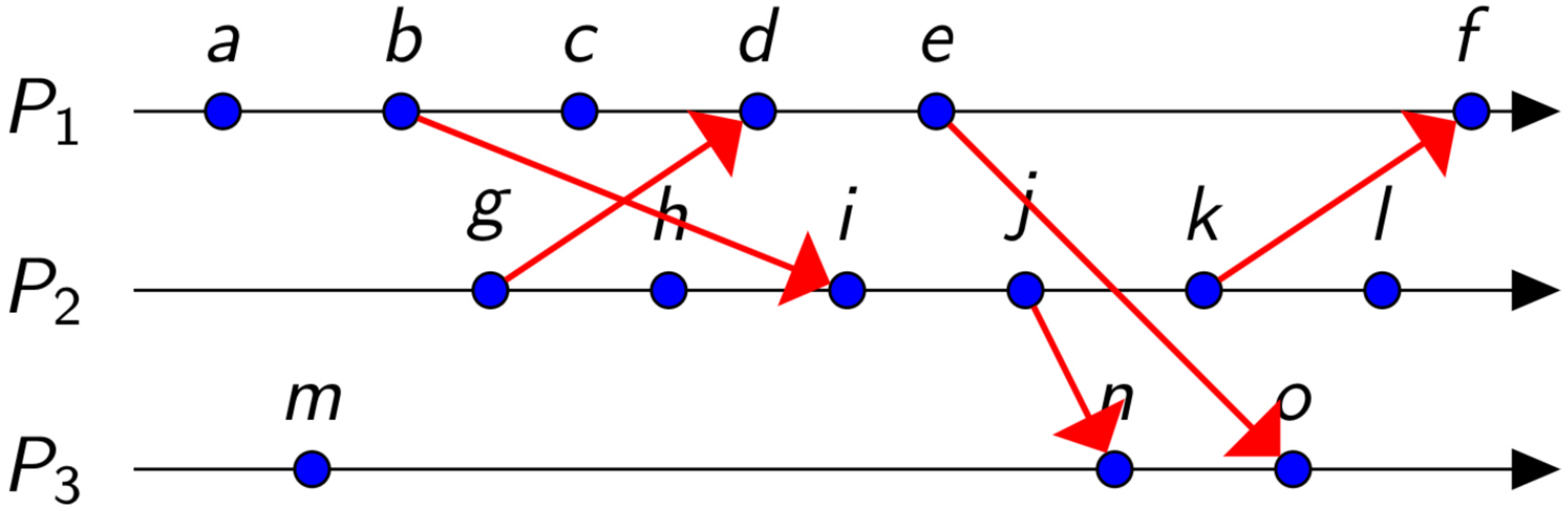
Graphe de précédence immédiate



Question: Existe t'il un ordre causal entre a et o ?

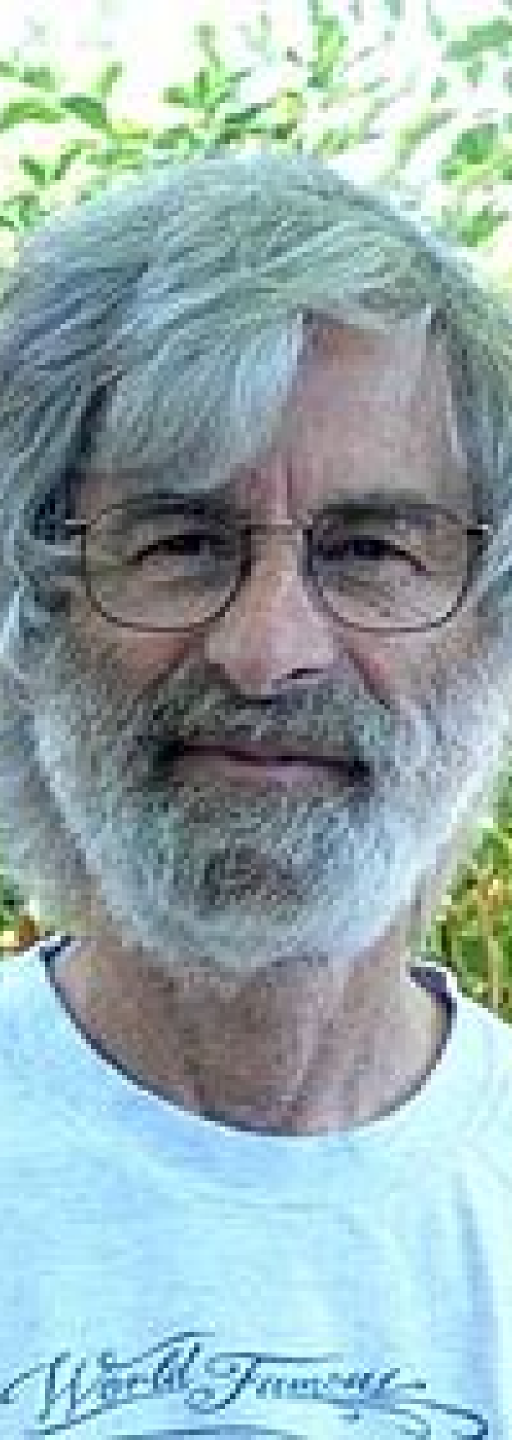
Réponse: ...

Graphe de précédence immédiate



Question: Existe t'il un ordre causal entre c et l ?

Réponse: ...



Horloge logique de Lamport

Leslie Lamport (Né 1941 aux Etats-Unis)

- Il est principalement connu comme le créateur de $LaTeX$
- Considéré comme un des pères du calcul réparti
- Récompenses :
  - Le premier prix Dijkstra en 2003
  - La médaille John von Neumann en 2008
  - Le prix Turing 2013 pour "ses contributions fondamentales théoriques et appliquées dans les systèmes distribués et concurrents..." .

Horloge logique de Lamport

- Lamport a proposé un algorithme pour étiqueter les événements d'un système.
- Cet algorithme respecte l'ordre causal
- Si on note $L(e)$ l'étiquette d'un événement e alors:
- $e \rightarrow e' \Rightarrow L(e) < L(e')$

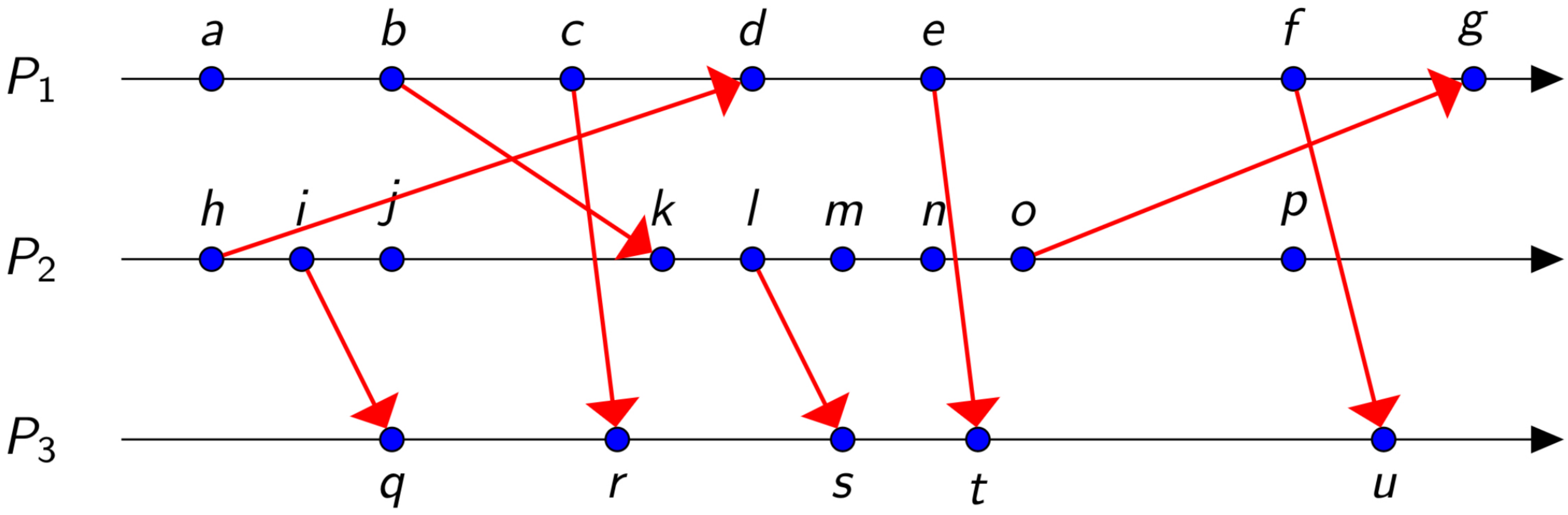
Algorithme de Lamport

- Chaque noeud i gère un compteur d'entier h_i
- Ce compteur est initialisé à 0
- Il est modifié de la façon suivante

Algorithme de Lamport

- si e est un événement interne alors faire
  - $h_i := h_i + 1$ et $L(e) = h_i$
- Si e est l'envoie d'un message M alors faire
  - $h_i := h_i + 1$ et $L(e) = h_i$
- On envoie le message M avec l'estampille $L(e)$
  - $Envoyer(< M, h_i >)$
- Si e est la réception d'un message $Recevoir(< M, h >)$ alors faire
  - $h_i := max(h, h_i) + 1$ et $L(e) = h_i$

Etiquetage de Lamport



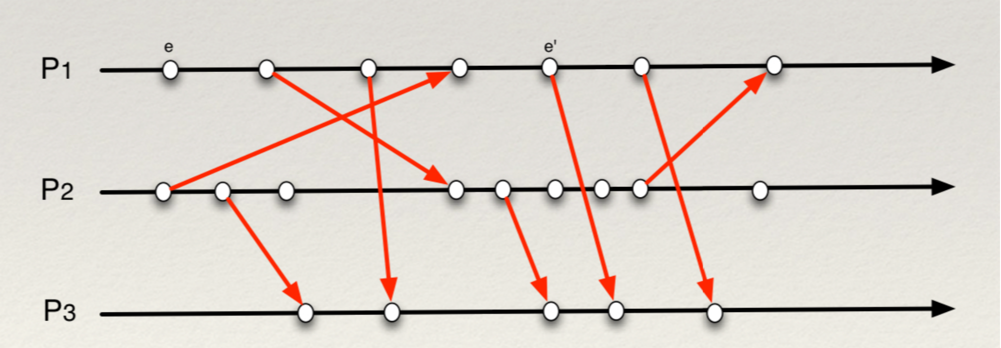
Théorème

- Théorème: $e \rightarrow e' \Rightarrow L(e) < L(e')$

Preuve

- Considérons deux événements e et e' tel que $e \rightarrow e'$
- Il faut considérer deux cas:
    i. e et e' ont lieu sur le même noeud
    ii. e et e' ont lieu sur des noeuds différents

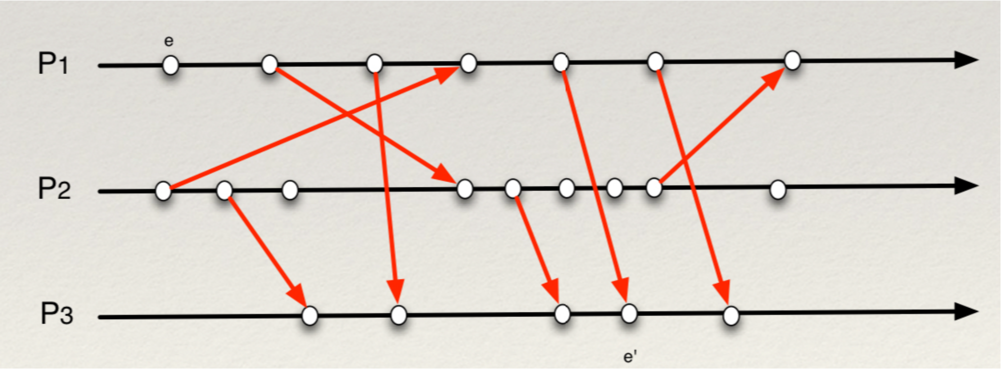
Preuve (1 er cas)



e et e' 'ont lieu sur le même noeud et $e \rightarrow e'$

- L'algorithme incrémente les événement qui sont sur un même noeud
- l'étiquette de e' sera plus grande que celle de e
- donc $e \rightarrow e' \Rightarrow L(e) < L(e')$

Preuve (2e cas)



e et e' sont deux événements qui ont lieu sur deux noeuds différents i et j et $e \rightarrow e'$.

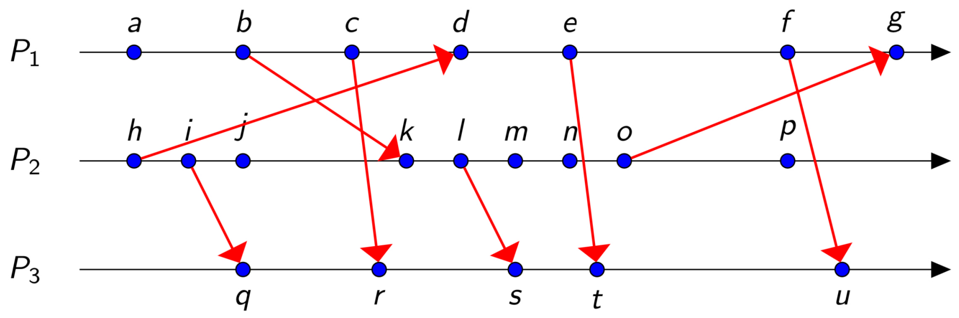
- Dans ce cas il est nécessaire d'avoir eu au moins un message M entre les deux noeuds pour que $e \rightarrow e'$:
- $e \rightarrow Envoyer(< M >) \rightarrow Recevoir(< M >) \rightarrow e'$
- $L(e) \leq L(Envoyer(< M >)) < L(e')$

Rendre les horloges de Lamport deux à deux comparable

- Il est souhaitable de pouvoir comparer sans ambiguïté deux événements e et e' même si ceux-ci sont incomparables par l'ordre causal.
- Pour cela il suffit d'étiqueter un événement e ayant lieu sur le noeud i par : $L(e) = (h_i, i)$
- La gestion de l'étiquette reste la même, par abus de langage ont utilisera
- $(h_i, i) < (h_j, j) \Leftrightarrow (h_i < h_j$ ou $(h_i = h_j$ et $i < j)$

Etiquetage de Lamport

- Le problème c'est qu'avec les horloges de Lamport la propriété n'est vérifiée que dans un sens.
- Il est facile de construire un exemple dans lequel $L(e) < L(e')$ mais $e \nrightarrow e'$ (voir k et u)



Implication dans les deux sens

- Pour que l’implication inverse soit satisfaite nous allons voir des étiquettes plus précises mais plus grosses

Horloges Vectorielles

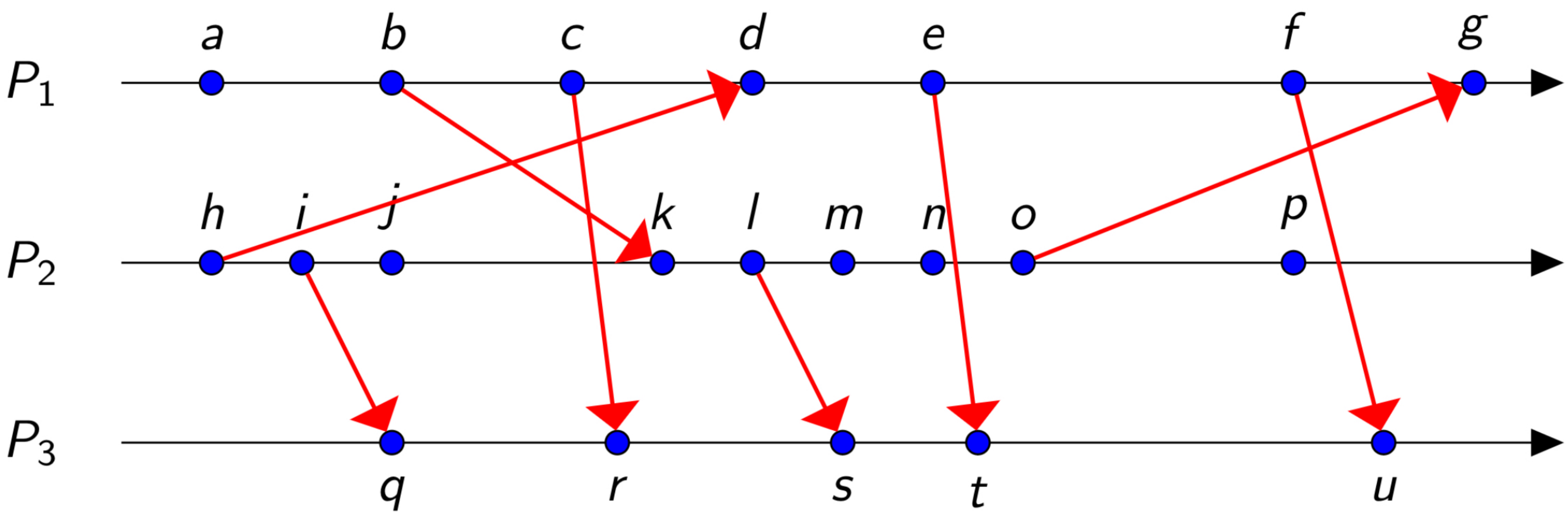
Définition

- Chaque noeud i va maintenir localement un vecteur V_i à n composantes entières.
- Au départ chaque vecteur est initialisé à zéro: pour tout $i, V_i = (0, 0, 0, \ldots, 0)$
- Ce vecteur est gérer de la façon suivante

Définition

- si e est un événement interne alors faire
  - $V_i[i] := V_i[i] + 1$ et $V(e) = V_i$
- Si e est l'envoie d'un message M alors faire
  - $V_i[i] := V_i[i] + 1$ et $V(e) = V_i$
  - on envoie le message M avec l'estampille $V(e)$
    - $Envoyer(< M, V_i >)$
- si e est la réception d'un message $Recevoir(< M, V >)$ alors faire
  - $V_i[i] := V_i[i] + 1$
  - et $V_i := max\{V_i[j], V[j]\}$ pour tout $j \in V$ puis $V(e) = V_i$

Etiquetage vectoriel



Comparaison des horloges vectorielles

- Grâce à ce mécanisme, chaque événement e reçoit une étiquette $V(e)$
- Pour comparer deux événements il faut comparer leurs étiquettes
- Il nous faut donc une fonction de comparaison
  - noter $<_v$

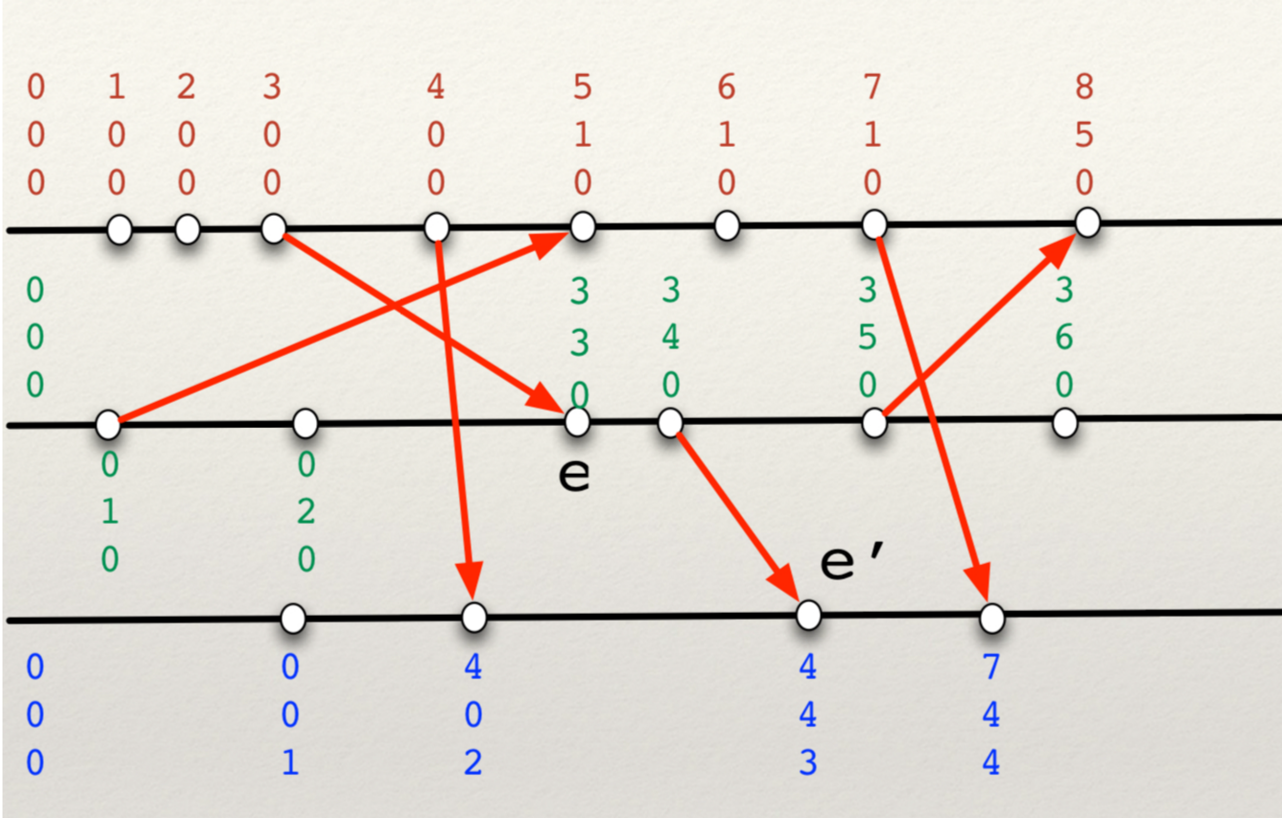
Comparaison des horloges vectorielles

- Considérons deux vecteur d'entiers
  - $V_1 = (x_1, \ldots, x_n)$ et $V_2 = (y_1, \ldots, y_n)$
- on a:
  - $V_1 <_v V_2 \Leftrightarrow \forall i = 1, \ldots, n | V_1[i] \leq V_2[i]$
  - On notera que cet ordre n'est pas total

Etiquetage vectoriel

$L(e) = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ et $L(e') = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ comme

$\begin{pmatrix} 3 < 4 \\ 3 < 4 \\ 0 < 3 \end{pmatrix}$ on obtient $V(e) <_v V(e')$

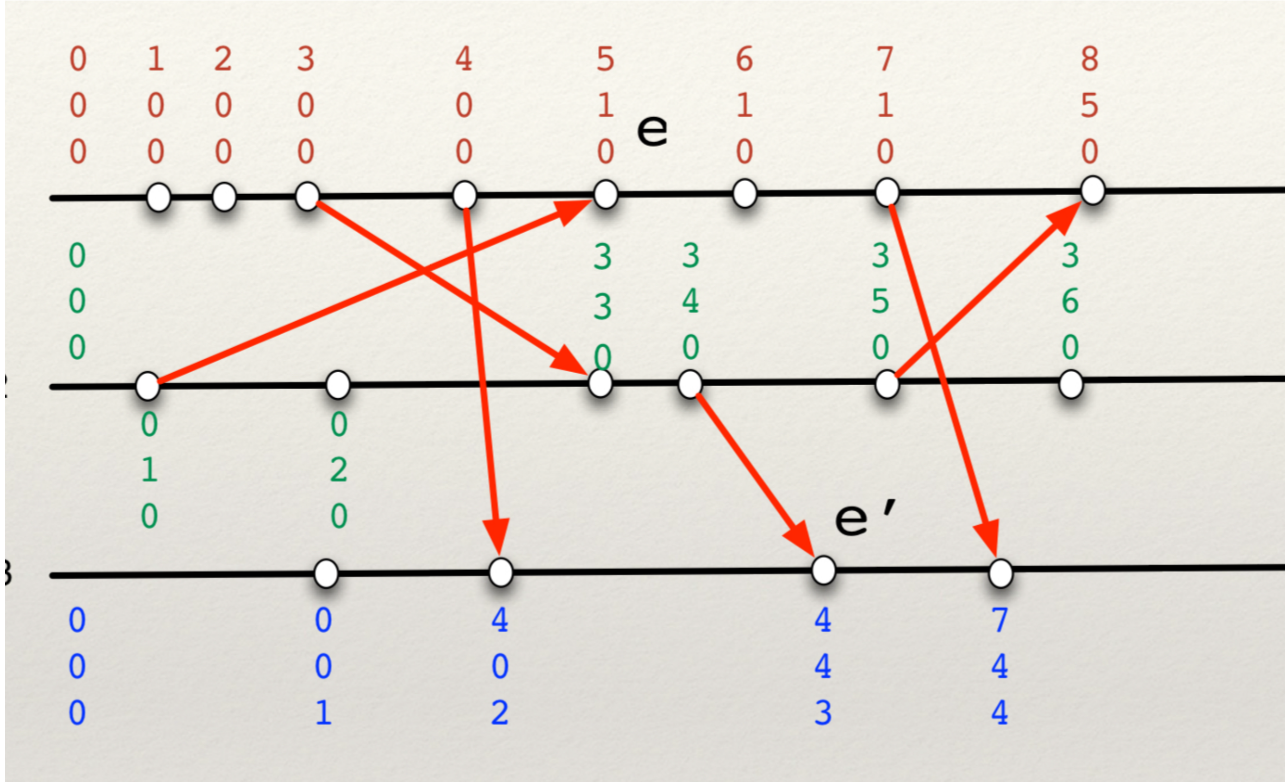


Etiquetage vectoriel

$$L(e) = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } L(e') = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

comme $\begin{pmatrix} 5 > 4 \\ 1 < 4 \\ 0 < 3 \end{pmatrix}$

$V(e)$ et $V(e')$ sont incomparables.



Théorème

$$e \rightarrow e' \Leftrightarrow V(e) <_v V(e')$$

Preuve du théorème

- Théorème: $e \rightarrow e' \Leftrightarrow V(e) <_v V(e')$
- Pour montrer cela on va utiliser deux lemmes
- Le lemme 1 va montrer directement la moitié du théorème (partie ⇒).
- Le lemme 2 va être utiliser pour montrer l'autre implication (partie⇐).

Lemme 1

> $e \rightarrow e'$ alors $V(e) <_v V(e')$

- Preuve:
  - On montre cela par récurrence sur la longueur d'un chemin causal

Preuve lemme 1

- Cas de base: Considérons un chemin causal de longueur 1 de e vers e'
- C'est-à-dire que e précède immédiatement e'

Preuve lemme 1

- Si e et e' ont lieu sur le même noeud i alors les composantes des deux vecteurs sont les mêmes, sauf pour la composante i.

$L(e) = \begin{bmatrix} e_i \\ e_j \\ e_k \end{bmatrix}$ et $L(e') = \begin{bmatrix} e_i + 1 \\ e_j \\ e_k \end{bmatrix}$ comme $\begin{pmatrix} e_i < e_i + 1 \\ e_j = e_j \\ e_k = e_k \end{pmatrix}$ on obtient $V(e) <_v V(e')$

Preuve lemme 1

- Si e et e' sont sur 2 noeuds i et j différent le chemin causal est de longueur 1.
- Donc e et e' sont l'envoie et la reception d'un même message M

  $L(e) = \begin{bmatrix} e_i \\ e_j \\ e_k \end{bmatrix}$ et $L(e'') = \begin{bmatrix} e''_i \\ e''_j \\ e''_k \end{bmatrix}$ comme $\begin{pmatrix} e'_i = \max\{e_i, e''_i\} \\ e'_j = \max\{e_j, e''_j\} \\ e'_k = \max\{e_k, e''_k\} \end{pmatrix}$

  on obtient $V(e) <_v V(e')$
- Le lemme est donc montré pour tout chemin causal de longueur 1

Preuve lemme 1

- Hypothèse de récurrence:
  - La propriété est vraie pour tout chemin causal de longueur au plus L
- Considérons maintenant un chemin de longueur $L+1$ entre e et e'.
- Celui-ci peut-être décomposée en un chemin causal de longueur L de e vers e'', puis un chemin de longueur 1 de e'' vers e'.
- Grâce à la preuve du cas de base et à l'hypothèse de récurrence on obtient:
  - $V(e) <_v V(e'') <_v V(e')$

Lemme 2

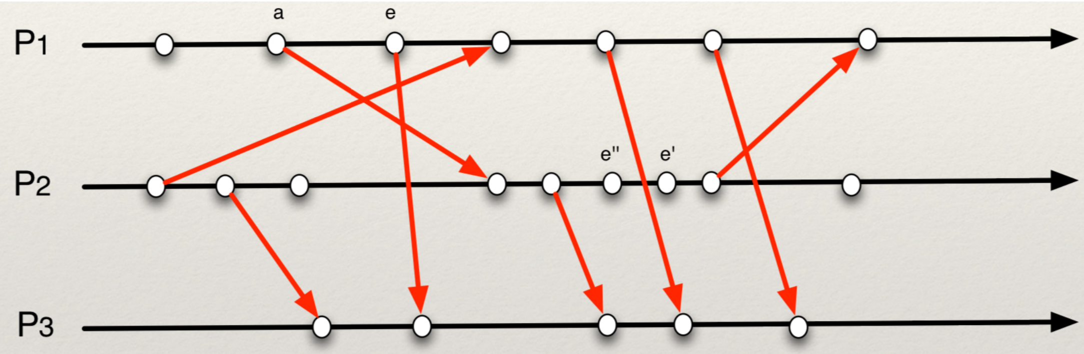
Si e et e' sont causalement indépendant alors
$V(e)$ et $V(e')$ sont incomparables par $<_v$

Preuve du lemme 2

- «Grandes lignes de la preuve»
- soient e un événement du noeud i et e' un événement du noeud j (sinon e et e' seraient causalement dépendants)
- Plusieurs cas sont à examiner:

Preuve du lemme 2 -- cas 1

- Considérons a le dernier événement du noeud i qui précède causalement e': si a existe.



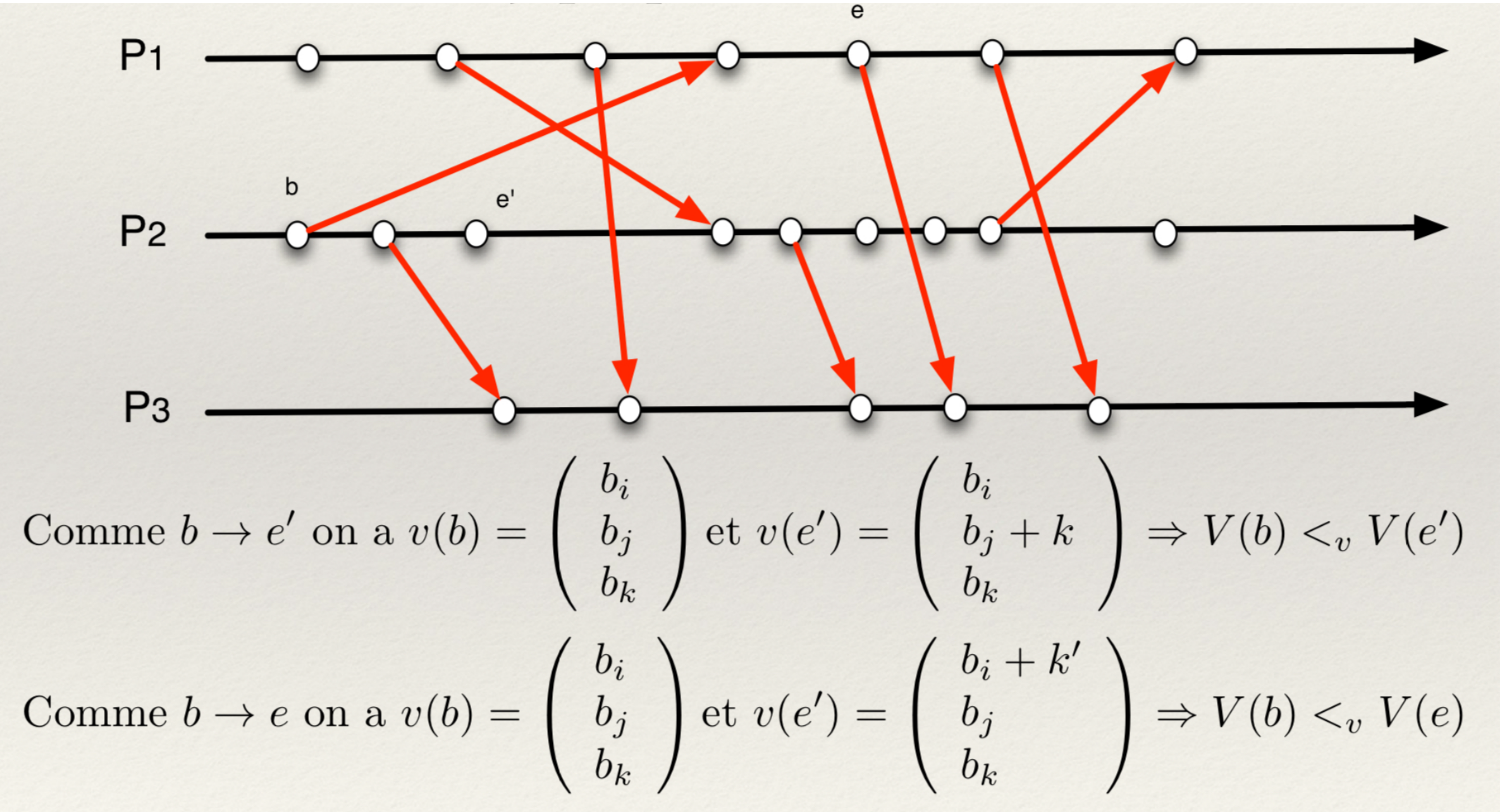
Comme $a \to e'$ on a $v(a) = \begin{pmatrix} a_i \\ a_j \\ a_k \end{pmatrix}$ et $v(e') = \begin{pmatrix} a_i \\ e'_j > a_j \\ max\{e''_k, a_k\} \end{pmatrix}$ on a $=> V(a) <_v V(e')$

Comme $a \to e$ on a $v(a) = \begin{pmatrix} a_i \\ a_j \\ a_k \end{pmatrix}$ et $v(e) = \begin{pmatrix} a_i + 1 \\ a_j \\ a_k \end{pmatrix}$ on a $=> V(a) <_v V(e)$

Conclusion $V(e)$ et $V(e')$ sont incomparables.

Preuve du lemme 2 — cas 2

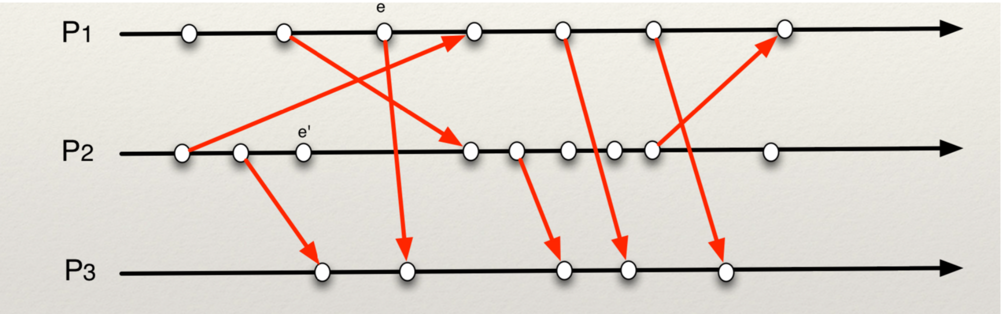
- De manière symétrique on peut considérer (s'il existe) b le dernier événement sur le noeud j qui précède causalement e.



Conclusion $V(e)$ et $V(e')$ sont incomparables.

Preuve du lemme 2 -- cas 3

- Le dernier cas à considérer est le cas où ni a ni b n'existent.



- Dans ce cas, on a $V(e')[i] = 0$ et $V(e)[i] > 0$ mais aussi $V(e)[j] = 0$ et $V(e')[j] > 0$.
- Donc $V(e)$ et $V(e')$ sont incomparables.

Preuve du lemme 2

- Théorème: $e \rightarrow e' \Leftrightarrow V(e) <_v V(e')$
- Le premier lemme montre directement la moitié (partie$\Rightarrow$) du théorème.

Preuve du lemme 2

- Montrons l'autre implication (⇐): $V(e) <_v V(e') \Rightarrow e \rightarrow e'$
- Considérons e et e' tels que $V(e) <_v V(e')$.
- Le lemme 2 nous dit que e et e' sont causalement dépendant sinon on aurait pas $V(e) <_v V(e')$
- Or si on avait $e' \rightarrow e$, grâce au lemme 1 on aurait $V(e') <_v V(e)$ ce qui contre dirait $V(e) <_v V(e')$.
    - Ainsi on a bien $e \rightarrow e'$.

Horloges matricielles

encore plus grosses, encore plus précises ...