

# Calculabilité & Complexité [M1]

Hugo Férée, Valia Mitsou

Feuille de TD n°4  
Hiérarchie arithmétique

**Exercice 1** Placez les problèmes suivants dans la hiérarchie arithmétique<sup>1</sup> :

- *ACCEPT*
- *EMPTY*
- *TOTAL*
- *FIN*
- *COF*
- $\{\langle \mathcal{M}, w_1, w_2 \rangle \mid \mathcal{M} \text{ s'arrête sur } w_1 \text{ mais pas sur } w_2\}$ .

**Exercice 2** Montrer que *ACCEPT* est complet pour  $\Sigma_1^0$ .

**Exercice 3** Montrer que *FIN* est complet pour  $\Sigma_2^0$ .

**Exercice 4** Montrer que  $\text{SUPERHALT} = \{\langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M}^{\text{HALT}} \text{ s'arrête sur } w\}$  est  $\Sigma_2^0$ -complet.

**Exercice 5** On pose :  $\text{SUPERHALT}^0 = \text{HALT}$ .  
Montrer que

$$\text{SUPERHALT}^n = \{\langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M}^{\text{SUPERHALT}^{n-1}} \text{ s'arrête sur } w\}$$

est  $\Sigma_n^0$ -complet et n'est pas dans  $\Sigma_{n-1}^0$ .

---

1. dans le plus petit ensemble de la hiérarchie possible