Université Paris 7 - M1 Ingénierie Informatique Année 2017-2017

TD de *Introduction à l'Intelligence Artificielle* n° 4

Algorithmes de recherche, suite et fin: A*, locale, génétique

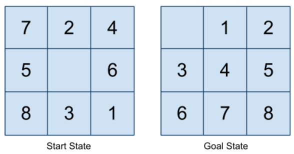
Exercice 1 *Sur les heuristiques admissibles.* Si h_1, h_2 sont deux heuristiques admissibles pour un problème de recherche P donné, on dit que h_1 *domine* h_2 si pour tout x, $h_1(x) \geq h_2(x)$.

L'heuristique h^*_P définie par

$h^*_P(x) = min\{c \mid c$ est le coût d'un chemin ménant de x à une solution$\}$

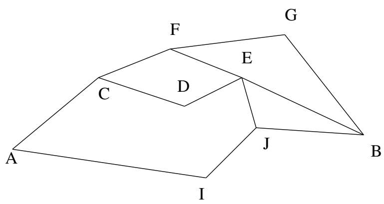
domine tout autre heuristique pour P, par définition d'admissibilié.

Une heuristique admissible h^A pour le *8-puzzle* (ci-dessous; le coût d'un chemin reliant deux états est sa longueur) est la *distance de Hamming* séparant l'état courant de la solution, c'est à dire le nombre de pièces qui, dans l'état courant, ne sont pas à la place qui est la leur dans l'état solution. Par exemple, $h^A(\text{Start State}) = 8$.



1. Définir une heuristique admissible pour le *8-puzzle*, qui domine h^A, et l'utiliser pour évaluer l'état Start State.

Exercice 2 *A*, partiel 2005.* Considérer la carte suivante, avec des villes réliées par des routes:



Les routes entre les villes sont composées de parties montantes, descendantes et plates. Dans le tableau suivant sont indiqués pour chaque route, le nombre de kilomètres de chemin montant, descendant et plat entre les deux villes situées aux extrémités de la route. Par example entre A et C, il y a 55 km, dont 20 montants, 20 descendants et 15 plats.

Chemin entre	A et C	A,I	C,D	C,F	D,E	E,J	E,B	F,E	F,G	G,B	I,J	J,B
montante	20	50	10	20	0	0	20	0	50	0	0	10
descendante	20	10	20	0	10	0	30	20	0	60	10	10
plate	15	30	9	21	9	30	0	21	0	0	30	21

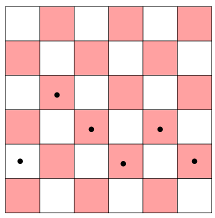
Dans les parties montantes on peut avancer à 60 km/h, dans les parties descendantes à 120 km/h et dans les parties plates à 90 km/h.

On veut trouver le chemin le plus court en **temps** (minutes) entre A et B. Pour cela on veut appliquer l'algorithme A*. On dispose en plus de l'information suivante: pour chaque ville X on connaît la longueur des parties montantes, descendantes et plates sur le chemin à vol d'oiseau entre la ville X et B.

Chemin directe entre	A et B	C,B	D,B	E,B	F,B	G,B	I,B	J,B
montante	40	30	30	40	40	20	20	10
descendante	40	30	20	0	10	30	0	10
plate	30	18	12	0	12	0	12	12

- L'heuristique associant à X le temps de parcours du chemin à vol d'oiseau de X vers B est-elle admissible ?
- Donnez une heuristique h **admissible**. Cette heuristique devrait être **en général** admissible pour des cartes similaires. Expliquez brièvement pourquoi elle est admissible. Donnez pour chaque ville la valeur h avec votre heuristique.
- Appliquez la recherche gloutonne avec votre heuristique.
- Appliquez A^* avec votre heuristique.

Exercice 3 *Problème des 6 reines, approche locale.* Résoudre le problème des 6 reines par l'algorithme de recherche locale (le problème consiste à placer 6 reines sur un échiquier 6×6 sans que deux d'entre elles ne se menacent mutuellement), en tenant compte du fait qu'il y a exactement une reine par colonne. On commence avec les reines placées comme dans la la figure ci-dessous. On utilise comme fonction d'utilité le nombre de paires de reines qui s'attaquent mutuellement. Dans la situation de départ il y a 9 paires de reines qui s'attaquent mutuellement. On choisit de deplacer une reine vers la case qui permet de réduire le plus possible ce nombre.



Exercice 4 *Problème du voyageur de commerce* On considère le problème du voyageur de commerce pour un graphe complet. On suppose que les villes sont numérotées de 1 à n. Le problème est de trouver le tour (circuit qui visite toutes les villes une fois) le plus court.

Nous allons utiliser le codage suivant : On écrit un tour comme une suite des n villes. On combine deux tours en les coupant de manière aléatoire, au même endroit, et en recollant les morceaux. Exemple, $n = 5$:

parent 1	4	5	1	2	3
parent 2	4	2	1	3	5

$\longrightarrow$

enfant 1	4	5	1	3	5
enfant 2	4	2	1	2	3

Les mutations sont obtenues en inversant deux villes dans le tour. Est-ce que ce codage permet d'appliquer l'algorithme génétique ? Comment résoudre les problèmes qui se posent ?

Exercice 5 *Jeu de carte* Vous disposez de 10 cartes numérotées de 1 à 10. Vous devez choisir une façon de diviser celles-ci en 2 piles de telle sorte que la **somme** des numéros des cartes de la première pile soit aussi proche que possible de 36 et que le **produit** des numéros des cartes restantes soit aussi proche que possible de 360. Chaque carte pouvant être soit dans P_1, soit dans P_2, il y a 1024 façons de les trier. Quelle est la meilleure?

- Trouvez un encodage pour l'ensemble de ces solutions.
- Trouvez une fonction permettant d'évaluer la qualité d'une solution.
- Décrivez une implantation d'un algorithme génétique basés sur les deux points précédents, dans les grandes lignes.

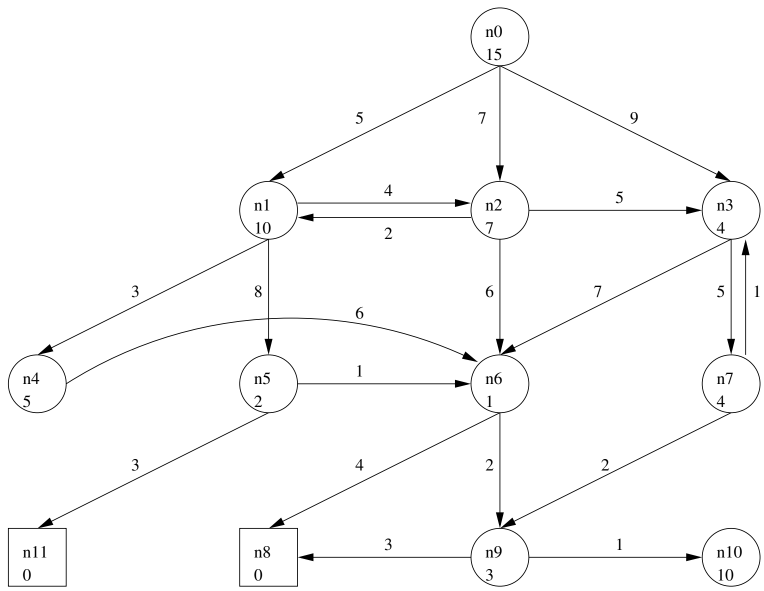
Université Paris Diderot

Introduction à l'Intelligence Artificielle et la Théorie des Jeux

TD 4 – supplément : Recherche informée

Exercice 1

Considérez le graphe suivant. Le nœud $n0$ est initial. Les nœuds n11 et n8 sont finaux.



— Appliquez l'algorithme A^* sur le graphe. La valeur heuristique $h(n)$ est indiquée à l'intérieur de chaque nœud.

— Est-ce que A^* trouve toujours le meilleur chemin ?

— Donnez des valeurs heuristiques pour les nœuds concernés de sorte que A^* trouve le meilleur chemin le plus rapidement possible. L'heuristique doit rester admissible.

Exercice 2

Un fermier doit traverser la rivière en faisant traverser avec lui un loup (L), une chèvre (C), et une salade (S). Il doit utiliser pour cela une barque qui ne peut contenir que lui et le loup, ou lui et la chèvre, ou lui et la salade. La salade sera mangée s'il la laisse seule avec la chèvre, et la chèvre sera mangée s'il la laisse seule avec le loup. Le problème consiste à faire traverser le loup, la chèvre, et la salade sains et saufs de la rive gauche(g) à la rive droite(d) de la rivière, en minimisant le nombre de traversées (on considère que chaque traversée coûte 1). On modélise un état de ce problème de recherche par un couple (r, S) où $r \in \{d, g\}$ désigne la rive sur laquelle se trouvent la barque et le fermier, et $S \subseteq \{L, C, S\}$ désigne les animaux/objets se trouvant sur la rive droite de la rivière.

1. Donner l'état initial et l'état final du problème.
2. Appliquer l'algorithme de recherche à coût uniforme.
3. Donner une fonction heuristique h admissible pour ce problème.
4. Appliquer l'algorithme de recherche gloutonne utilisant h.
5. Appliquer l'algorithme A* utilisant h.
6. On considère la recherche locale qui utilise h pour évaluer les états, à partir de $(g, \{C\})$. Est-ce que la recherche termine sur un optimum local qui n'est pas la solution ?