

Leçon 913 – Machines de Turings. Applications.

9 février 2019

1 Extraits du Rapport

Rapport de jury 2018

Il s'agit de présenter un modèle de calcul. Le candidat doit expliquer l'intérêt de disposer d'un modèle formel de calcul et discuter le choix des machines de Turing. La leçon ne peut se réduire à la leçon 914 ou à la leçon 915, même si, bien sûr, la complexité et l'indécidabilité sont des exemples d'applications. Plusieurs développements peuvent être communs avec une des leçons 914, 915, mais il est apprécié qu'un développement spécifique soit proposé, comme le lien avec d'autres modèles de calcul, ou le lien entre diverses variantes des machines de Turing.

2 Coeur de la leçons

- Définitions des machines de Turing déterministes, non déterministes.
- Reconnaissabilité (mot, langage).
- Machine de Turing universelle.

3 À savoir

- Décidabilité : définition d'un problème décidable, indécidable.
- Langages récursifs, récursivement énumérables
- Indécidabilité de l'arrêt et réductions.
- Calculabilité : définition d'une fonction calculable.
- Exemples de fonctions calculables : fonctions arithmétiques.
- Expressivité : équivalence avec les fonctions récursives, le lambda-calcul.
- Complexité : définition de la complexité en temps, espace.

4 Ouvertures possibles

- Stabilité des notions pour les variantes des machines de Turing : non déterminisme (existantiel, universel, alternant), plusieurs rubans, alphabet ou nombre d'états restreints.
- Ouvertures relevant des leçons 914 et 915.
- Limites de la stabilité (machines en espace linéaire/constant, machines n'écrivant pas sur leur entrée, calculant en temps $o(\log \log n)$)
- Lien avec des notions plus faibles de calcul (automates, grammaires algébriques)
- Lien avec les machines de Minsky
- Faire le lien entre les variantes de transition (non-déterminisme, probabilités) et l'ajout d'une bande d'advice

5 Conseils au candidat

- Cf rapport, ne pas avoir une leçon trop inspirée des leçons 914, 915.
- Chaque livre a une définition des machines de Turing : il faut rester cohérent, et faire attention aux résultats utilisés.
- Bien justifier le formalisme introduit et son utilité en comparaison aux autres modèles
- Bien faire la différence entre la reconnaissabilité et la calculabilité, ainsi que le lien entre les deux.
- Bien faire attention à la reconnaissabilité pour les machines non déterministes.

6 Questions classiques

- Quel est l'intérêt des machines de Turing ?
- Quel sens donner au *calcul* d'une machine de Turing non déterministe ?
- Dans quel sens une machine de Turing est-elle proche d'un ordinateur classique ?
- En quoi les classes de complexités sont liées à l'efficacité des algorithmes ?
- Pourquoi étudier principalement la décidabilité plutôt que la calculabilité ?

7 Références

- [Car] Langages formels, calculabilité et complexité - Carton - à la BU/LSV
Très bonne référence couvrant beaucoup de bases. Se méfier de certaines preuves faites un peu rapidement.
- **TMP** Sipser **TMP**
- **TMP** Arora Barack **TMP**
- **TMP** Autebert **TMP**
- **TMP** Papadimitriou **TMP**

8 Dev

- **TMP** Équivalence entre fonctions calculables et récursives **TMP**
- **TMP** Indécidabilité de l'arrêt et applications à quelques problèmes indécidables **TMP**
- **TMP** Équivalence entre deux variantes des machines de Turing **TMP**
- **TMP** Théorème de Cook **TMP**
- **TMP** Théorème de Savitch **TMP**