

Leçon 914 – Décidabilité et indécidabilité. Exemples.

9 février 2019

1 Extraits du Rapport

Rapport de jury 2018

Le programme de l'option offre de très nombreuses possibilités d'exemples. Si les exemples classiques de problèmes sur les machines de Turing figurent naturellement dans la leçon, le jury apprécie des exemples issus d'autres parties du programme : théorie des langages, logique... Le jury portera une attention particulière à une formalisation propre des réductions, qui sont parfois très approximatives.

2 Coeur de la leçons

- Définitions des langages et problèmes décidables/récursivement énumérables.
- Problème de l'arrêt.
- Fonctions calculables, notion de réduction.

3 À savoir

- Théorème de Rice.
- Problème de correspondance de Post.
- Donner plein d'exemples !

4 Ouvertures possibles

- Mettre en parallèle résultats positifs (décidabilité) et négatifs (indécidabilité).
- Exemples choisis de décidabilité/indécidabilité en langages formels.
- Exemples choisis de décidabilité/indécidabilité en logique. Liens avec l'incomplétude.
- (dur) un peu de hiérarchie arithmétique.

5 Conseils au candidat

- Etre très clair sur les définitions de départ et l'exigence de calculabilité dans les réductions.
- Différence récursivement énumérable/décidable/indécidable.
- Enoncer Rice sans erreur.
- Attention à la représentation des données en entrée.

6 Questions classiques

- Justifier la propriété des réduction.
- Expliquer ce que signifie Rice.
- Décidable/indécidable dans l'arithmétique : Peano, Presburger, Skolem.
- Décidable/indécidable pour les grammaires algébriques : vacuité, universalité, problème du mot et intersections, inclusion dans un rationnel... (Carton)
- Machines linéairement bornées : vacuité, mot, universalité? (Carton)

7 Références

- [Car] Langages formels, calculabilité et complexité - Carton - à la BU/LSV
Très bonne référence couvrant beaucoup de bases. Se méfier de certaines preuves faites un peu rapidement.

8 Dev

- Problème de l'arrêt et théorème de Rice. - ([Car],) - 914
Facile, donc on prêtera attention à la propreté de la rédaction.
- Problèmes indécidables pour les grammaires algébriques. - ([Car],) - 914,923
Ambigüité, universalité.
- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger - ([Car], *Thm 3.63 p.164*) - 909,914,924
Idée générale simple, mais attention aux détails.
- Elimination des quantificateurs dans la théorie des ordres linéaires - (,) - 914,924
- Indécidabilité de l'arithmétique de Peano - (,) - 914,924
Passer par l'encodage des fonctions calculables. Assez long si on fait tout.