

Automates avancés

Master 1 II et MI - 2ème session

Examen du 26 juin 2008 (8h30-11h30)

documents autorisés : notes manuscrites; le barème est indicatif.

1 Applications des cours 12

1. 1 Trouvez un BDD pour la formule $(x \Rightarrow (y \wedge z)) \vee v$.
2. 3 Appliquez l'algorithme de cours pour décider est-ce que la formule de Presburger

$$\exists x \exists y (x + x = y \wedge y = 1)$$

est vraie.

3. 2 Construisez un automate temporisé qui reconnaît le langage de toutes les séquences de a et de b (ici a représente une requête, b une réponse) telles que
 - l'ordre des événements (sans tenir compte du temps) est $ababab\dots$;
 - l'intervalle entre deux a consécutifs est entre 4 et 5;
 - chaque requête a est suivie d'une réponse b , temps de réponse est entre 1 et 2.
4. 6 Vrai ou faux? ¹ Justifiez vos réponses en donnant une preuve ou un contre-exemple.
 - (a) L'ensemble de nombres $\{2^p | p \text{ est premier}\}$ est définissable en arithmétique de Presburger.
 - (b) Le langage $1(33)^*2$ est sans étoile.
 - (c) Tout langage fini de mots finis est sans étoile.
 - (d) Le langage M de tous les ω -mots sur $\{a, b\}$ sauf le mot $aaaaa\dots$ est ω -régulier.
 - (e) Tout langage fini de ω -mots est ω -régulier.
 - (f) Le langage $(1(2+3))^*$ peut être défini en FO.

2 Mots bi-infinis 10

L'opérateur $^{-\omega}$ est le symétrique de l'opérateur $^{\omega}$ et correspond au produit infini à gauche :

$$a^{-\omega} = \dots aaa$$

Soit $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, I, \Delta, F)$ un automate fini (I, F sont deux ensembles d'états). Un calcul sur un mot bi-infini

$$u = \dots a_{-1}a_0a_1\dots$$

est une suite bi-infinie d'états $(q_i)_{i \in \mathbb{Z}}$ telle que : $\forall i, (q_i, a_i, q_{i+1}) \in \Delta$. Un calcul est *réussi* s'il existe une infinité de $i \leq 0$ tels que $q_i \in I$ et une infinité de $i \geq 0$ tels que $q_i \in F$.

Un mot bi-infini est *reconnu* par l'automate \mathcal{A} s'il possède un chemin réussi. On définit de façon immédiate l'ensemble des langages *réguliers* de mots bi-infinis sur un alphabet Σ .

1. 2 Donner un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui reconnaît l'ensemble des mots bi-infinis ayant un nombre fini de b .
2. 2 L'ensemble des langages réguliers de mots bi-infinis est-il clos par union? (vous devez justifier votre réponse)
3. 2 Définir (formellement) les expressions régulières bi-infinies (BRE). Donner une BRE pour le langage du premier point de cet exercice.
4. 4 Démontrer qu'un langage de mots bi-infinis est reconnaissable si et seulement si il peut être exprimé par une BRE.