Automates et langages

Sujet de l'examen — RICM
(tous les documents sont autorisés)

26 avril 2000

1 Grammaire → Automate → Expression

On considère la grammaire régulière $G = (\Gamma, \Sigma, S, \Pi)$ avec $\Gamma = \{S, P, R, a, b\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ et $\Pi = \{S \to abP, P \to aaR, P \to aS, R \to bbb, R \to aP\}$.

1. $\boxed{1}$[1] Construire un automate A acceptant le langage défini par la grammaire G. Donner explicitement A sous la forme $(Q, \Sigma, q_0, F, \Delta)$.
2. $\boxed{2}$ Trouver une expression régulière pour ce même langage. *Indication: 3 équations suffisent.*

2 Complément

$\boxed{3}$ Pour le langage $M = \overline{aa(a+b)^* + (ab)^*bb}$ construire un automate qui le reconnaisse.

3 Intersection vide, finie ou infinie ?

$\boxed{3}$ Est-ce que l'intersection de langages $L_1 = ((0+1)(0+1)0)^*$ et $L_2 = (0+1+\varepsilon)(10)^*$ est vide, non-vide et finie, ou bien infinie ? Si elle est finie, donner la liste de tous ses éléments. *Méthode imposée : construire un automate acceptant cette intersection.*

4 Un langage non-régulier, mais hors-contexte

On considère le langage $L = \{a^k b^n c^{2k} | k, n \in \mathbb{N}\}$

1. $\boxed{3}$ Prouver que L n'est pas régulier.
2. $\boxed{2}$ Trouver une grammaire hors-contexte G qui génère L. Donner cette grammaire explicitement sous la forme $G = (\Gamma, \Sigma, S, \Pi)$. Dériver les mots a^2bc^4 et b^5

5 Induction

On considère le schéma inductif suivant :

$$\begin{array}{rcl} B & = & \{a, b, c\} \\ \Pi & = & \left\{ \begin{array}{ll} R_\neg : & x \to \neg x \\ R_\vee : & x, y \to (x \vee y) \\ R_\wedge : & x, y \to (x \wedge y) \end{array} \right\} \end{array}$$

1. $\boxed{1}$ Dériver $((a \vee a) \wedge \neg\neg b)$.
2. $\boxed{1}$ Caractériser explicitement (en français) l'ensemble E défini par ce schéma.
3. $\boxed{1}$ Définir récursivement les fonctions suivantes sur E :
   (a) $N_{lit}(f)$=nombre de caractères a,b,c utilisés dans f ;
   (b) $N_{conn}(f)$=nombre de connectives $\wedge$ et $\vee$ utilisées dans f.
4. $\boxed{3}$ Prouver par induction structurelle, que pour tout f dans E on a :

$$N_{lit}(f) = N_{conn}(f) + 1$$

[1] barème indicatif