

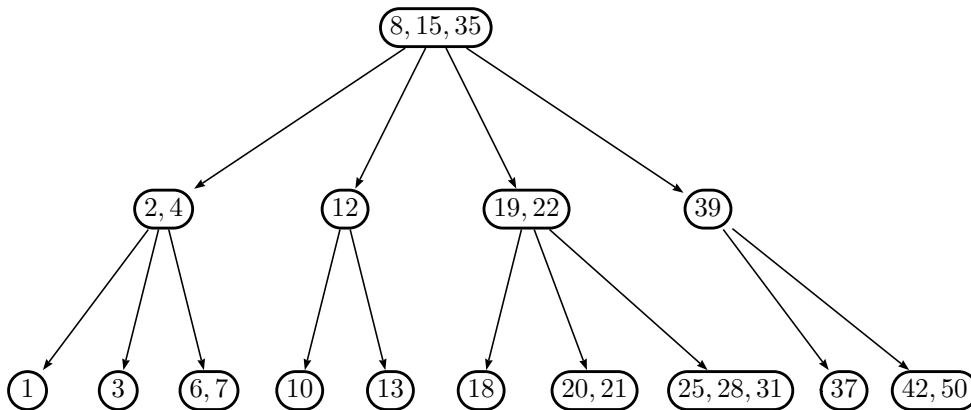
Algorithmique : TD 7

Licence M/I

7 novembre 2005

Arbres 2-3-4

Les arbres 2-3-4 sont des arbres de recherche, mais contrairement aux arbres binaires, leurs nœuds contiennent 1, 2 ou 3 valeurs triées et ils ont (sauf les feuilles) un nombre de fils égal à ce nombre de valeurs +1. Le premier fils est un sous-arbre dont les valeurs sont inférieures à la première valeur du nœud, le second contient des valeurs comprises entre la première et la deuxième, le troisième entre la deuxième et la troisième et le quatrième fils contient des valeurs plus grandes que toutes les valeurs du nœud. D'autre part, un arbre 2-3-4 est équilibré, c'est-à-dire que toutes ses feuilles sont à la même profondeur.

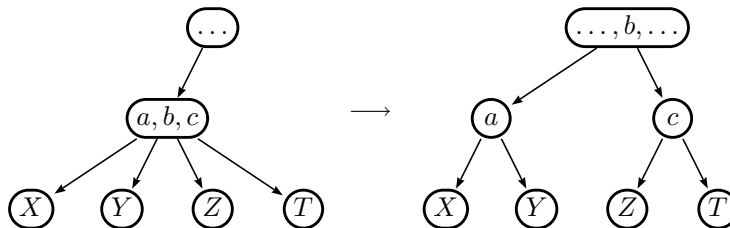


Exercice 1: Proposer un type de données pour construire des arbres 2-3-4.

Exercice 2: Ecrire un algorithme de parcours en ordre infixe d'un arbre 2-3-4.

Exercice 3: Ecrire un algorithme de recherche dans un arbre 2-3-4.

Lorsqu'on veut ajouter un élément dans un arbre 2-3-4, on descend jusqu'à la feuille où l'élément doit aller. Si la feuille est pleine, on éclate le nœud de la façon suivante :



L'élément du milieu remonte dans le père. Si le père est plein, on l'éclate à son tour, *etc...*

Exercice 4: Ajouter les éléments 26 puis 27 à l'arbre dessiné plus haut.

Exercice 5: Montrer que l'insertion d'un élément laisse l'arbre équilibré.

Une autre possibilité pour insérer un élément consiste, lorsqu'on descend dans l'arbre pour accéder à la feuille déclater préventivement tous les nœuds à quatre valeurs. C'est ce qu'on appelle l'éclatement à la descente.

Exercice 6: Ajouter les éléments 26 puis 27 à l'arbre dessiné plus haut en utilisant l'éclatement à la descente.

Arbre arithmétique

Un arbre arithmétique est un arbre dans lequel chaque nœud interne est étiqueté par un opérateur arithmétique et chaque feuille par une constante. Les fils d'un nœud correspondent aux opérandes de l'opérateur qui étiquette le nœud.

Exercice 7: Dessiner l'arbre correspondant à l'expression $((2 * 11) - (3 * 5)) * (5 + ((6 + 8)/(3 + (2 * 2))))$. En déduire l'expression polonaise (préfixe) correspondante.

Exercice 8: Donner un algorithme permettant d'évaluer *sur l'arbre* la valeur de l'expression.

Exercice 9: Donner un algorithme permettant de construire un arbre arithmétique 'a partir d'une expression polonaise (préfixe), polonaise inversée (postfixe) puis infixe.