

Simulation d'une machine de Turing à k bandes par une machine à 2 bandes

Michaël MATHIEU

January 20, 2009

Plan

- 1 Présentation du problème
- 2 Méthode de simulation avec 2 bandes
 - Ségmentation de la bande
 - Usage de la bande principale
- 3 Application : théorème de hiérarchie
 - Présentation
 - Idée de la preuve

Simulation sur une bande

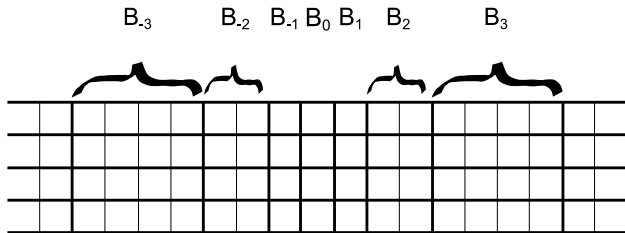
#	#	#	#	1	1	0	2	1	1	#	#	#
#	#	2	2	1	1	0	0	0	1	1	#	#
#	1	1	3	1	1	1	2	2	3	#	#	#
#	#	1	0	0	1	1	0	2	#	#	#	#

#	#	#	#	1	1	0	2	1	1	#	#	#
*	*	*	*	^	*	*	*	*	*	*	*	*
#	#	2	2	1	1	0	0	0	1	1	#	#
*	*	*	*	*	*	*	^	*	*	*	*	*
#	1	1	3	1	1	1	2	2	3	#	#	#
*	*	*	^	*	*	*	*	*	*	*	*	*
#	#	1	0	0	1	1	0	2	#	#	#	#
*	*	*	*	*	*	*	^	*	*	*	*	*

Simulation sur deux bandes

Travail par blocks

- Une bande “de travail” pour les copies
- Une bande “principale” ségmentée en blocks de taille exponentielle



Bande principale

On ne déplace pas la tête, on déplace la bande.

Piste haute et bande basse

- Sur chaque sous-bande, on utilise deux pistes (haute et basse)
- On déplace une piste d'un bloc de taille 2^n dans la totalité d'un bloc de taille 2^{n-1}
- On déplace la totalité d'un bloc de taille 2^{n-1} dans une piste d'un bloc de taille 2^n .

Théorème de hiérarchie

On note $TIME(f(n)) = \bigcup_{k \geq 1} TIME_k(f(n))$

Théorème

t_1 et t_2 fonctions constructibles en temps telles que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{t_1(n) \log(t_1(n))}{t_2(n)} = 0 \text{ et } t_2(n) \geq t_1(n) \geq n.$$

Alors $TIME(t_1(n)) \subsetneq TIME(t_2(n))$

- Argument diagonal
- Problème : on doit simuler une machine à k bandes avec k variable

Idée de la preuve

Argument diagonal

```
executer  $\langle \mathcal{M} \rangle$  sur  $\mathcal{M}$   
if temps d'exécution  $> t_2(n)$  then  
  accepter  
else  
  if l'exécution a retournée VRAI then  
    refuser  
  else  
    accepter  
  end if  
end if
```

Cette machine est dans $TIME(t_2(n))$, mais pas dans $TIME(t_1(n))$.