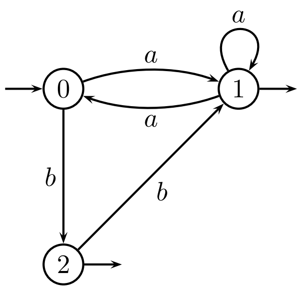
# Contrôle de TD du 08/12/2005

Le barême est indiqué à titre indicatif et est sujet à modification !
On pose $A = \{a, b\}$.

**Exercice 1 : Lemme d'Arden - 4 points**

1. Énoncer le lemme d'Arden.
2. Donner une expression rationnelle correspondant au langage reconnu par l'automate suivant :




**Exercice 2 : Thompson et ses amis - 6 points**

Pour chacune des deux expressions rationnelles suivantes :
- $E_1 = (a + aa)^*a$
- $E_2 = a^*(a + aa)$

donner l'automate de Thompson lui correspondant, puis supprimez les $\epsilon$-transitions et déterminisez l'automate obtenu. Que remarque-t-on ? Pouvait-on prévoir ce résultat à l'avance (attention, réfléchissez bien) ?

**Exercice 3 : Quizz - 4 points**

Pour chacune des propositions suivantes, indiquez si elle est vraie ou fausse. Pour cette exercice on ne demandera pas de justifier la réponse, mais il vaut mieux ne rien répondre plutôt que de donner une mauvaise réponse !

Barême : +0.5 par bonne réponse
-0.75 par mauvaise réponse

1. Tout langage fini est régulier.
2. Tout langage qui contient un langage non régulier n'est pas régulier.
3. Tout langage régulier peut être reconnu par un automate émondé complet.
4. Toute suite croissante de langages réguliers converge vers un langage régulier (c'est-à-dire que l'union de ces langages est un langage régulier).
5. Si $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2$ avec $\mathcal{L}_1$ non régulier alors $\mathcal{L}$ non régulier.
6. Si $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1^*$ avec $\mathcal{L}$ non régulier alors $\mathcal{L}_1$ non régulier.
7. Tout langage non vide sur $A$ peut être décrit à partir de $a$, $b$, $+$, $*$, $\bullet$ (la concaténation) et $\epsilon$
8. Tout langage non vide sur $A$ ne contenant pas le mot vide peut être décrit à partir de $a$, $b$, $+$, $^*$ et $\bullet$

**Exercice 4 : Reconnaissabilité - 5 points**

Les langages suivants sont-ils reconnaissables ? Justifiez la réponse.

- $\mathcal{L}_1 = \{a^n b^p \mid n, p \in \mathbb{N}\}$
- $\mathcal{L}_2 = \{u^{|u|} \mid u \in A^*\}$

**Exercice 5 : Minimalité - 4 points**

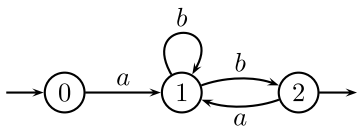



Fig. 1 – Automate $\mathcal{A}_2$

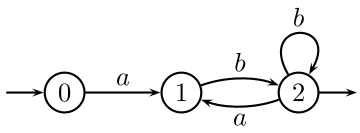



Fig. 2 – Automate $\mathcal{A}_3$

1. Les automates $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sont-ils déterministes ? Sont-ils complets ?
2. Dans les cas où la réponse est négative, donner l'automate déterministe ou complet correspondant.
3. Qu'en déduit-on sur le langage reconnu par ces deux automates ?
4. Existe-t-il un automate à deux états reconnaissant le même langage que ces automates ?
5. Quelle réflexion sur la minimalité vous inspire cet exemple ?