Feuille de TD n° 6 : Déterminisation

Exercice 1 :

Déterminiser les automates suivants :

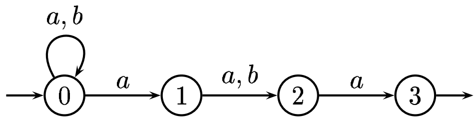

FIG. 1 – Automate $\mathcal{A}_1$

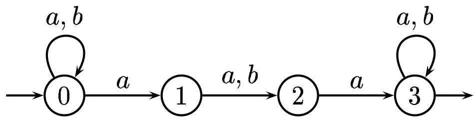

FIG. 2 – Automate $\mathcal{A}_2$

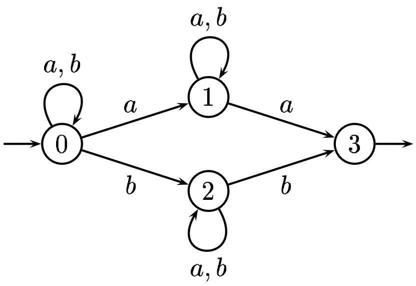

FIG. 3 – Automate $\mathcal{A}_3$

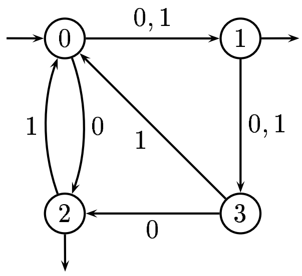

FIG. 4 – Automate $\mathcal{A}_4$

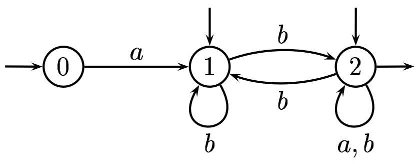

FIG. 5 – Automate $\mathcal{A}_5$

Exercice 2 :

Construire un automate déterministe pour chacun des deux langages suivants :

- le langage $\mathcal{L}_1$ formé des mots contenant le facteur aba ;
- le langage $\mathcal{L}_2$ formé des mots terminant soit par le suffixe aa, soit par le suffixe abb.

Exercice 3 :

Soit le langage fini composé d'un seul mot $\mathcal{L} = \{\text{maman}\}$.

- Construire un automate reconnaissant le langage $\mathcal{L}_{suff}$ des suffixes de $\mathcal{L}$, puis le déterminiser.
- Même question pour le langage $\mathcal{L}_{fact}$ des facteurs de $\mathcal{L}$.
- Même question pour le langage $\mathcal{L}_{sous}$ des sous-mots de $\mathcal{L}$.

Reprendre cet exercice pour le langage fini $\mathcal{L}' = \{\text{papa}, \text{maman}\}$.

Exercice 4 :

On travaille sur l'alphabet $\mathbf{X} = \{a, b\}$.

Construire un automate fini (non déterministe) à $n+1$ états reconnaissant le langage $\mathcal{L}_5 = (a+b)^* a (a+b)^{n-1}$.

On se propose de montrer que tout automate fini complet déterministe reconnaissant $\mathcal{L}_5$ possède au moins 2^n états.

Soit donc $\mathcal{A} = (Q, \delta, i, F)$ un tel automate fini complet déterministe. Montrer que l'application

$$\begin{array}{rccc} \phi : & \mathbf{X}^n & \to & Q \\ & u & \mapsto & \delta^*(i, u) \end{array}$$

est injective, et conclure.

Rappel : Dans la notation $\mathcal{A} = (Q, \delta, i, F)$, Q est l'ensemble des états, δ la fonction de transition, i l'état initial et F l'ensemble des états finaux, et on note δ^* l'extension de δ aux mots construits sur l'alphabet $\mathbf{X}$.