

Arbres - suite

1: Expressions arithmétiques

On considère ici des arbres binaires correspondant à des expressions arithmétiques. Les noeuds auront en plus de leur valeur un type qui est soit OP (pour opération) soit CSTE (pour constante). Les valeurs dépendent du type. Pour OP cela peut être $+$, $-$, $*$, ou $/$. Pour les constantes, il s'agit de n'importe quelle valeur entière.

Une expression est alors la donnée d'un arbre dont tous les noeuds internes sont de type OP et ont exactement deux fils, et toutes les feuilles sont de type CSTE.

- Écrire un algorithme récursif qui prend un arbre de ce type et retourne la valeur du calcul correspondant.
- Donner un exemple de deux arbres distincts (ils représentent deux calculs différents) qui ont le même parcours infixe. Que doit-on faire pour rendre le parcours infixe non ambigu ?
- Montrer que l'on peut en revanche à partir du parcours postfixe reconstruire l'arbre (s'il existe).

2: Chemins dans un Arbre binaire

- Écrire une fonction qui étant donné deux noeuds $n1$ et $n2$ teste si $n2$ est un descendant de $n1$ dans l'arbre. Si ce n'est pas le cas elle retourne le mot vide sinon elle retourne un mot sur l'alphabet $\{D, G\}$ qui dit comment descendre de $n1$ à $n2$.
- Ecrire la fonction `ppac(rac, x, y)` qui suppose que x et y sont des noeuds de l'arbre dont `rac` est la racine et qui retourne le noeud de l'arbre qui est le plus petit ancêtre commun de x et y .
- Écrire une fonction `deconnecte(n1, n2, n3)` qui étant donné trois noeuds $n1, n2, n3$, retourne `vrai` si et seulement si la suppression du noeud $n3$ deconnecte les noeuds $n1$ et $n2$ dans l'arbre (vu comme un graphe).

3: Reconstruire l'arbre (difficile)

On suppose ici qu'on travaille avec des arbres à n noeuds dont les valeurs sont exactement les entiers de 1 à n .

- Si on se donne une permutation, comme par exemple 1324576, existe-t-il un unique arbre dont ce soit le parcours préfixe ?
- Proposer un algorithme qui étant données deux permutations des entiers de 1 à n , retourne NULL ou alors un arbre dont la première permutation est le parcours préfixe et la seconde le parcours postfixe. Cet arbre est-il unique ?