

## MPRI Cours 2.8

### Exercices sur LTL et les automates de Büchi

**Exercice 1 :**

*Ecrire des propriétés en LTL*

Donner des formules de LTL qui formalisent les propriétés suivantes :

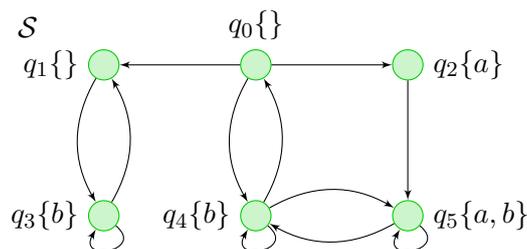
1.  $p$  est toujours vraie juste avant  $r$ .
2. La proposition  $a$  est toujours vraie avant la propriété  $b$ .
3. La proposition  $p$  a lieu au plus une fois.
4. La proposition  $p$  a lieu au plus deux fois.
5. Il y a une infinité de  $p$  et un nombre fini de  $q$ .
6. Un feu (de croisement routier) s'allume toujours dans l'ordre vert, orange, rouge et puis vert, etc. avec un seul feu allumé à la fois. Avec des propositions vert, orange, et rouge.

**Exercice 2 :**

*Vérification de LTL*

Dire si les formules LTL suivantes sont vraies pour le système  $\mathcal{S}$  en supposant que l'état initial est l'état  $q_0$ . **NB :** on prend comme convention qu'un système vérifie une formule ssi toutes ses exécutions issues de l'état initial vérifie la formule. Justifier vos réponses.

1.  $\Psi_1 = \mathbf{G}(b \Rightarrow (\mathbf{X}(a \vee b)))$
2.  $\Psi_2 = \mathbf{G}(a \Rightarrow (a \mathbf{U} b))$
3.  $\Psi_3 = \mathbf{GF}a$
4.  $\Psi_4 = \mathbf{GF}b$
5.  $\Psi_5 = (\mathbf{FG}b) \Rightarrow (\mathbf{G}(a \Rightarrow \mathbf{X}b))$
6.  $\Psi_6 = (\mathbf{FG}b) \Rightarrow (\mathbf{GF}a)$
7.  $\Psi_7 = ((\neg a) \mathbf{U} (a \wedge \mathbf{XG}\neg a)) \Rightarrow \mathbf{FG}b$



**Exercice 3 :**

*Automates de Büchi*

1. Etant donnés deux automates (non déterministes) de Büchi  $\mathcal{A}_1 = (\Sigma, Q_1, q_0^1, \delta_1, F_1)$  et  $\mathcal{A}_2 = (\Sigma, Q_2, q_0^2, \delta_2, F_2)$ , construire un automate  $\mathcal{A}_\cup$  qui reconnaît  $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cup \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$ , et un automate  $\mathcal{A}_\cap$  qui reconnaît  $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$ .
2. Construire un automate de Büchi alternant qui reconnaît les mots contenant soit une infinité de  $a$ , soit au moins un  $b$  et un nombre fini de  $c$ .
3. Construire un automate de Büchi alternant qui reconnaît les mots correspondant à l'expression  $(ab)^+(c^\omega | (\Sigma \setminus \{d\})^\omega)$ .