

n-Catégories de type de dérivation fini

Yves Guiraud – Philippe Malbos

Marseille – 9 avril 2009

n -Catégories de type de dérivation fini

1. Introduction : monoïdes de type de dérivation fini

1.1. Complexe de Squier

Donnée. Une présentation (Σ, R) d'un monoïde $M \simeq \Sigma^*/R$.

Construction. Complexe cellulaire $S_{\Sigma, R}$ de dimension 2 :

- 0-cellules : éléments du monoïde libre Σ^*
- 1-cellules : relations de R et clôture par contextes

$$u \xrightarrow{A} u'$$

$$w_1 \cdot u \cdot w_2 \xrightarrow{w_1 \cdot A \cdot w_2} w_1 \cdot u' \cdot w_2$$

1.1. Complexe de Squier

Donnée. Une présentation (Σ, R) d'un monoïde $M \simeq \Sigma^*/R$.

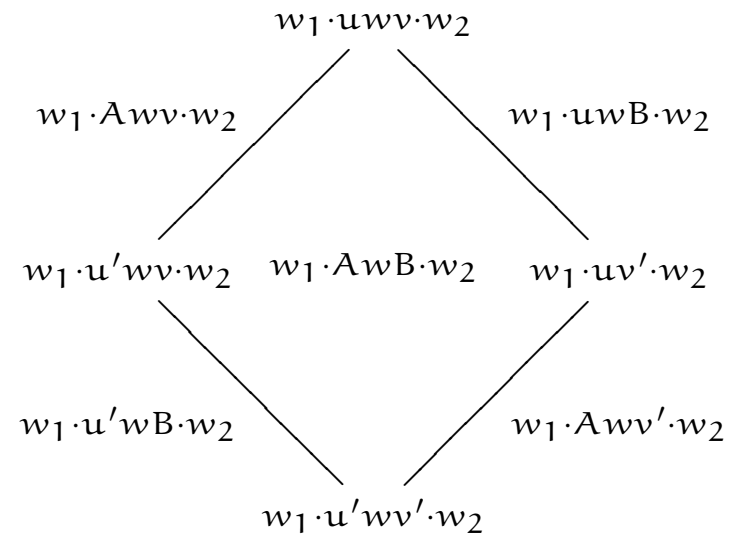
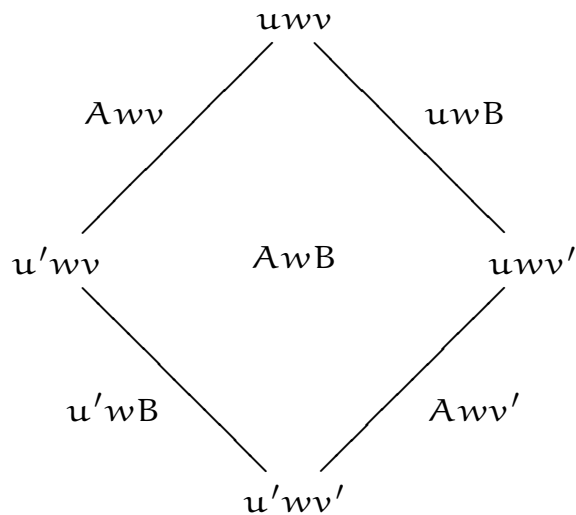
Construction. Complexe cellulaire $S_{\Sigma, R}$ de dimension 2 :

- 0-cellules : éléments du monoïde libre Σ^*
- 1-cellules : relations de R et clôture par contextes

$$u \xrightarrow{A} u'$$

$$w_1 \cdot u \cdot w_2 \xrightarrow{w_1 \cdot A \cdot w_2} w_1 \cdot u' \cdot w_2$$

- 2-cellules : « éléments de Peiffer » et clôture par contextes



1.2. Base d'homotopie et type de dérivation fini

Définition. Une **base d'homotopie** de $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ est une famille B de 2-cellules dont la clôture par contextes rend $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ contractile.

Exemple. Pour $\Sigma = \{a\}$ et $\mathcal{R} = \{aa =_{\mathcal{A}} a\}$, on prend $B = \left\{ \begin{array}{c} \text{aaa} \xrightarrow{\quad Aa \quad} \text{aaa} \\ \quad \quad \quad \alpha \\ \text{aaa} \xleftarrow{\quad aA \quad} \text{aaa} \end{array} \right\}.$

On peut « paver » tout diagramme $a^m \xrightarrow{\quad} a^n$ avec des Peiffer et des $a^p \alpha a^q$.

1.2. Base d'homotopie et type de dérivation fini

Définition. Une **base d'homotopie** de $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ est une famille B de 2-cellules dont la clôture par contextes rend $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ contractile.

Exemple. Pour $\Sigma = \{a\}$ et $\mathcal{R} = \{aa =_{\mathcal{A}} a\}$, on prend $B = \left\{ \begin{array}{c} \text{aaa} \xrightarrow{\quad Aa \quad} \text{aaa} \\ \quad \quad \quad \alpha \\ \text{aaa} \xleftarrow{\quad aA \quad} \text{aaa} \end{array} \right\}$.

On peut « paver » tout diagramme $a^m \xrightarrow{\quad} a^n$ avec des Peiffer et des $a^p \alpha a^q$.

Définition. Une présentation (Σ, \mathcal{R}) est de **type de dérivation fini (TDF)** si elle est finie et si $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ admet une base d'homotopie finie.

Proposition. TDF est un **invariant** de monoïde : toutes les présentations finies d'un monoïde donné sont TDF ou aucune ne l'est.

Définition. Un monoïde est **TDF** s'il admet une présentation TDF.

1.2. Base d'homotopie et type de dérivation fini

Définition. Une **base d'homotopie** de $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ est une famille B de 2-cellules dont la clôture par contextes rend $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ contractile.

Exemple. Pour $\Sigma = \{a\}$ et $\mathcal{R} = \{aa =_{\mathcal{A}} a\}$, on prend $B = \left\{ \begin{array}{c} \text{aaa} \xrightarrow{\text{Aa}} \text{aaa} \\ \alpha \\ \text{aaa} \xleftarrow{\text{aA}} \text{aaa} \end{array} \right\}$.

On peut « paver » tout diagramme $a^m \xrightarrow{\quad} a^n$ avec des Peiffer et des $a^p \alpha a^q$.

Définition. Une présentation (Σ, \mathcal{R}) est de **type de dérivation fini (TDF)** si elle est finie et si $S_{\Sigma, \mathcal{R}}$ admet une base d'homotopie finie.

Proposition. TDF est un **invariant** de monoïde : toutes les présentations finies d'un monoïde donné sont TDF ou aucune ne l'est.

Définition. Un monoïde est **TDF** s'il admet une présentation TDF.

Remarque informelle. TDF a un sens algébrique :

- Type de génération fini (TGF) : il existe une base finie de générateurs.
- Type de présentation fini (TPF) : pour toute base finie de générateurs, il existe une base finie de relations.
- Type de dérivation fini (TDF) : pour toutes bases finies de générateurs et de relations, il existe une base finie d'homotopie.

1.3. Convergence et type de dérivation fini

Théorème (Squier). Un monoïde qui admet une présentation par un système de réécriture de mots fini et convergent est TDF.

Preuve. Soit (Σ, R) un système de réécriture de mots convergent.

- On choisit, pour chacune de ses paires critiques, un diagramme de confluence.
- L'ensemble B de ces diagrammes forme une base d'homotopie de (Σ, R) (voir preuve du lemme de Newman).
- Si, de plus, (Σ, R) est fini, alors le monoïde Σ^*/R est TDF.

1.3. Convergence et type de dérivation fini

Théorème (Squier). Un monoïde qui admet une présentation par un système de réécriture de mots fini et convergent est TDF.

Preuve. Soit (Σ, R) un système de réécriture de mots convergent.

- On choisit, pour chacune de ses paires critiques, un diagramme de confluence.
- L'ensemble B de ces diagrammes forme une base d'homotopie de (Σ, R) (voir preuve du lemme de Newman).
- Si, de plus, (Σ, R) est fini, alors le monoïde Σ^*/R est TDF.

Note historique.

- Squier a ainsi montré qu'il existe des monoïdes décidables et de type fini qui ne sont pas TDF.
- C'est une nouvelle preuve du fait que l'algorithme de normalisation donné par une présentation finie et convergente n'est pas universel pour décider du problème de mot dans les monoïdes de type fini (la première preuve est aussi due à Squier).

n -Catégories de type de dérivation fini

2. Catégories de dimension supérieure


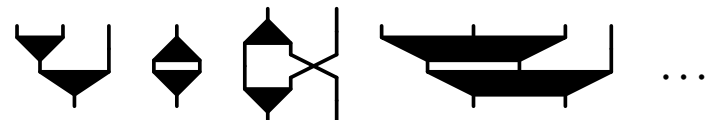
2.1. Définition informelle de n -catégorie

Une n -catégorie \mathcal{C} est la donnée de :

- **0-cellules** \mathcal{C}_0 : ici, une seule dans tous les exemples.
- **1-cellules** \mathcal{C}_1 : générateurs du monoïde / ensembles, types, etc.
 - Représentées par des fils verticaux : $|_a, |_b, |_X, |_{\text{int}}, \dots$
 - Une composition \star_0 (juxtaposition) : produit du monoïde ; produit cartésien, etc.


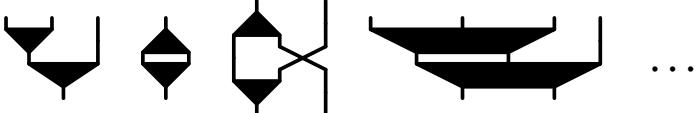
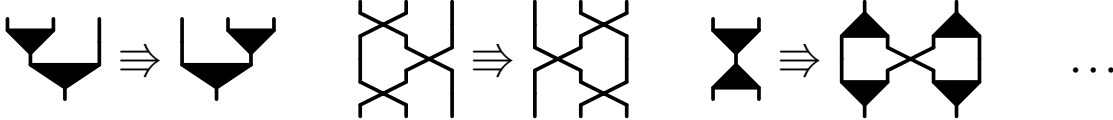
2.1. Définition informelle de n -catégorie

Une n -catégorie \mathcal{C} est la donnée de :

- **0-cellules** \mathcal{C}_0 : ici, une seule dans tous les exemples.
- **1-cellules** \mathcal{C}_1 : générateurs du monoïde / ensembles, types, etc.
 - Représentées par des fils verticaux : $|_a, |_b, |_X, |_{int}, \dots$
 - Une composition \star_0 (juxtaposition) : produit du monoïde ; produit cartésien, etc.
- **2-cellules** \mathcal{C}_2 : règles de réécriture de mots / constructeurs de termes, opérations algébriques, etc.
 - Représentées par des « composants » :  , ...
 - Deux compositions \star_0 (horizontale) et \star_1 (verticale) :  ...



2.1. Définition informelle de n -catégorie

Une n -catégorie \mathcal{C} est la donnée de :

- **0-cellules** \mathcal{C}_0 : ici, une seule dans tous les exemples.
- **1-cellules** \mathcal{C}_1 : générateurs du monoïde / ensembles, types, etc.
 - Représentées par des fils verticaux : $|_a, |_b, |_X, |_{int}, \dots$
 - Une composition \star_0 (juxtaposition) : produit du monoïde ; produit cartésien, etc.
- **2-cellules** \mathcal{C}_2 : règles de réécriture de mots / constructeurs de termes, opérations algébriques, etc.
 - Représentées par des « composants » :  , ...
 - Deux compositions \star_0 (horizontale) et \star_1 (verticale) :  ...
- **3-cellules** \mathcal{C}_3 : homotopies du complexe de Squier / règles de réécriture de termes, etc.
 - Représentées par des « règles » :  ...
 - Trois compositions \star_0, \star_1 (parallèles) et \star_2 (séquentielle).
- (...)


2.2. Polygraphes et track $(n + 1)$ -catégories

Définition. Une $(n + 1)$ -cellule au-dessus d'une n -catégorie \mathcal{C} est un couple $\gamma = \bullet \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \xleftarrow{g} \end{array} \bullet$ formé de

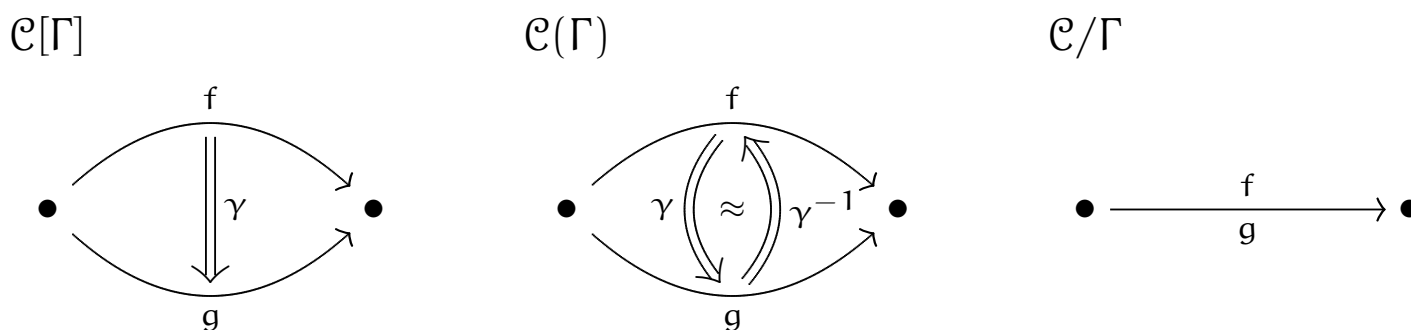
n -cellules *parallèles* de \mathcal{C} (comme, par exemple :  et )

2.2. Polygraphes et track $(n + 1)$ -catégories

Définition. Une $(n + 1)$ -cellule au-dessus d'une n -catégorie \mathcal{C} est un couple $\gamma = \bullet \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \xleftarrow{g} \end{array} \bullet$ formé de

n -cellules *parallèles* de \mathcal{C} (comme, par exemple : )

Notations. Soient \mathcal{C} une n -catégorie et Γ une famille de $(n + 1)$ -cellules au-dessus de \mathcal{C} .



Définition. Un $(n + 1)$ -polygraphe est la donnée d'une famille $\Sigma = (\Sigma_0, \dots, \Sigma_{n+1})$ où chaque Σ_{i+1} est une famille de $(i + 1)$ -cellules au-dessus de la i -catégorie librement engendrée par Σ_i .

$$\Sigma^* = \Sigma_n^* [\Sigma_{n+1}]$$

$$\Sigma^\top = \Sigma_n^* (\Sigma_{n+1})$$

$$\bar{\Sigma} = \Sigma_n^* / \Sigma_{n+1}$$

C'est-à-dire : chaque Σ_i est une famille de générateurs de dimension i .

2.3. Base d'homotopie et type de dérivation fini

Définition. Une **track** $(n + 1)$ -**catégorie** est une $(n + 1)$ -catégorie \mathcal{T} dont les $(n + 1)$ -cellules sont inversibles.

Définition. Une **base d'homotopie** de \mathcal{T} est une famille Γ de $(n + 2)$ -cellules au-dessus de \mathcal{T} telle que :

$$\text{Pour tout } \bullet \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \xleftarrow{g} \end{array} \bullet \text{ de } \mathcal{T}_{n+1}, \text{ il existe } \bullet \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \Downarrow \\ \xleftarrow{g} \end{array} \bullet \text{ dans } \mathcal{T}(\Gamma)_{n+2}.$$

(C'est-à-dire : $\pi(f) = \pi(g)$ avec $\pi : \mathcal{T}(\Gamma) \rightarrow \mathcal{T}/\Gamma$)

2.3. Base d'homotopie et type de dérivation fini

Définition. Une **track** $(n + 1)$ -**catégorie** est une $(n + 1)$ -catégorie \mathcal{T} dont les $(n + 1)$ -cellules sont inversibles.

Définition. Une **base d'homotopie** de \mathcal{T} est une famille Γ de $(n + 2)$ -cellules au-dessus de \mathcal{T} telle que :

$$\text{Pour tout } \bullet \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \xleftarrow{g} \end{array} \bullet \text{ de } \mathcal{T}_{n+1}, \text{ il existe } \bullet \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \Downarrow \\ \xleftarrow{g} \end{array} \bullet \text{ dans } \mathcal{T}(\Gamma)_{n+2}.$$

(C'est-à-dire : $\pi(f) = \pi(g)$ avec $\pi : \mathcal{T}(\Gamma) \rightarrow \mathcal{T}/\Gamma$)

Définition. Un $(n + 1)$ -polygraphe Σ est de **type de dérivation fini (TDF)** s'il est fini et si Σ^\top admet une base d'homotopie finie.

Théorème. Soient Σ et Ξ deux $(n + 1)$ -polygraphes finis et Tietze-équivalents ($\bar{\Sigma} \simeq \bar{\Xi}$). Alors :

$$\Sigma \text{ est TDF} \quad \text{ssi} \quad \Xi \text{ est TDF.}$$

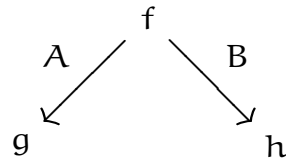
Définition. Une n -catégorie est **TDF** si elle admet une présentation par un $(n + 1)$ -polygraphe TDF.

n -Catégories de type de dérivation fini

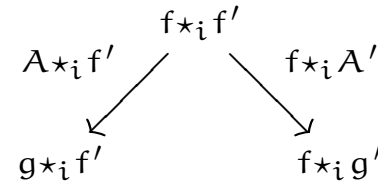
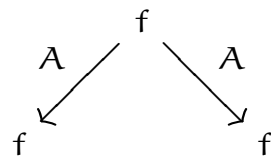
3. Convergence et type de dérivation fini

3.1. Branchements d'un $(n + 1)$ -polygraphe

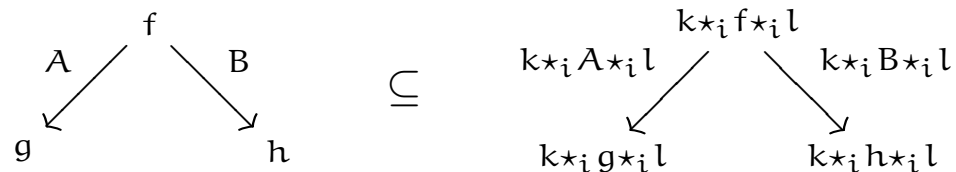
Un **branchement** d'un $(n + 1)$ -polygraphe Σ est un couple (A, B) de $(n + 1)$ -cellules de même source :



Un branchement est **trivial** s'il est d'un de ces types :



Les branchements sont ordonnés par « inclusion » :

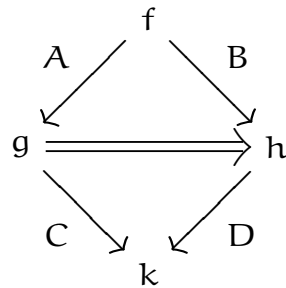


Un branchement est **critique** s'il n'est pas trivial et s'il est minimal pour \subseteq .

3.2. Première condition suffisante et premier exemple

Diagrammes de confluence. Si Σ est un $(n + 1)$ -polygraphe confluent, on choisit un diagramme de confluence pour chacun de ses branchements critiques.

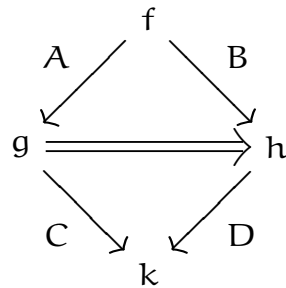
On note Γ_Σ une famille de $(n + 2)$ -cellules au-dessus de Σ^* remplissant ces diagrammes :



3.2. Première condition suffisante et premier exemple

Diagrammes de confluence. Si Σ est un $(n + 1)$ -polygraphe confluent, on choisit un diagramme de confluence pour chacun de ses branchements critiques.

On note Γ_Σ une famille de $(n + 2)$ -cellules au-dessus de Σ^* remplissant ces diagrammes :



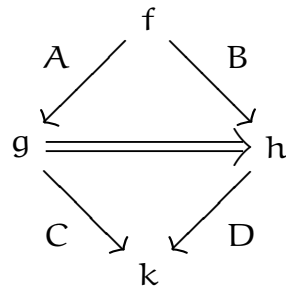
Théorème. Si Σ est un $(n + 1)$ -polygraphe convergent, alors Γ_Σ est une base d'homotopie de Σ^\top .

Corollaire. Si Σ est un $(n + 1)$ -polygraphe fini et convergent, avec un nombre fini de branchements critiques, alors il est TDF.

3.2. Première condition suffisante et premier exemple

Diagrammes de confluence. Si Σ est un $(n + 1)$ -polygraphe confluent, on choisit un diagramme de confluence pour chacun de ses branchements critiques.

On note Γ_Σ une famille de $(n + 2)$ -cellules au-dessus de Σ^* remplissant ces diagrammes :



Théorème. Si Σ est un $(n + 1)$ -polygraphe convergent, alors Γ_Σ est une base d'homotopie de Σ^\top .

Corollaire. Si Σ est un $(n + 1)$ -polygraphe fini et convergent, avec un nombre fini de branchements critiques, alors il est TDF.

Exemple 1 (Théorème de Squier).

- Un système de réécriture de mots est un 2-polygraphe.
- Un système de réécriture de mots fini et convergent a un nombre fini de branchements critiques.

3.3. Exemple 2 : la 2-catégorie des monoïdes

Soit Σ_{Mon} le 3-polygraphe fini à une 0-cellule, une 1-cellule, deux 2-cellules ∇ et \bullet et trois 3-cellules :



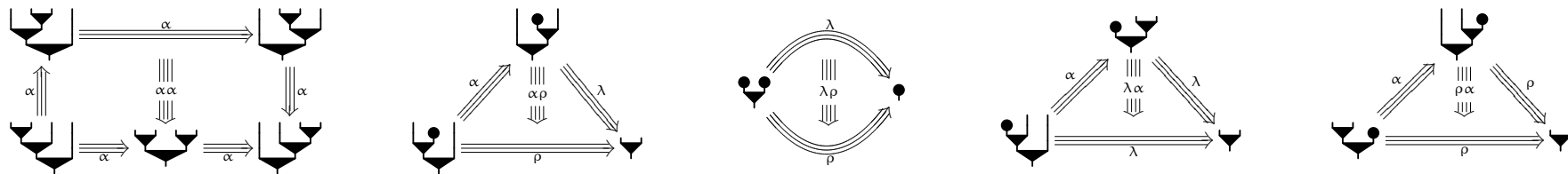
3.3. Exemple 2 : la 2-catégorie des monoïdes

Soit Σ_{Mon} le 3-polygraphe fini à une 0-cellule, une 1-cellule, deux 2-cellules ∇ et \bullet et trois 3-cellules :



Terminaison. On utilise une dérivation.

Confluence. Le 3-polygraphe Σ_{Mon} a cinq branchements critiques confluents :



Proposition. Ces 4-cellules forment une base d'homotopie de $\Sigma_{\text{Mon}}^{\top}$.

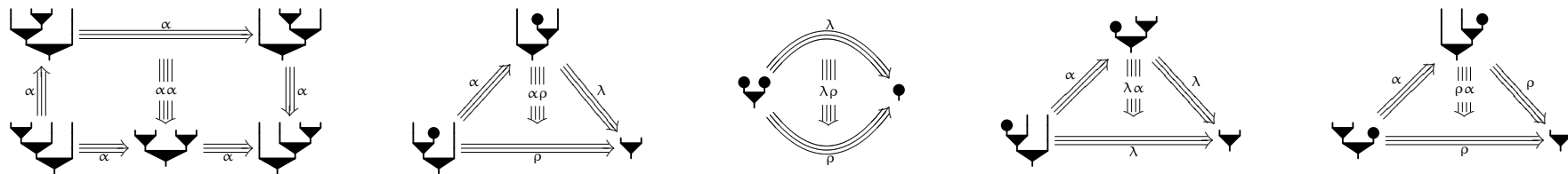
3.3. Exemple 2 : la 2-catégorie des monoïdes

Soit Σ_{Mon} le 3-polygraphe fini à une 0-cellule, une 1-cellule, deux 2-cellules ∇ et \bullet et trois 3-cellules :



Terminaison. On utilise une dérivation.

Confluence. Le 3-polygraphe Σ_{Mon} a cinq branchements critiques confluents :



Proposition. Ces 4-cellules forment une base d'homotopie de $\Sigma_{\text{Mon}}^{\top}$.

Corollaire (Théorème de cohérence de MacLane). Dans une catégorie monoïdale $(\mathcal{C}, \otimes, I, \alpha, \iota, r)$, tous les diagrammes construits avec $\otimes, I, \alpha, \iota$ et r sont commutatifs.

Preuve. Une catégorie monoïdale $(\mathcal{C}, \otimes, I, \alpha, \iota, r)$ est exactement un 3-foncteur M de $\Sigma_{\text{Mon}}^{\top}$ dans \mathbf{Cat}_1 :

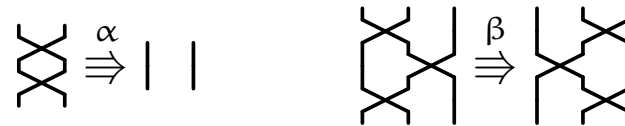
$$M(|) = \mathcal{C} \quad M(\nabla) = \otimes \quad M(\bullet) = I \quad M(\alpha) = \alpha \quad M(\lambda) = \iota \quad M(\rho) = r$$

n -Catégories de type de dérivation fini

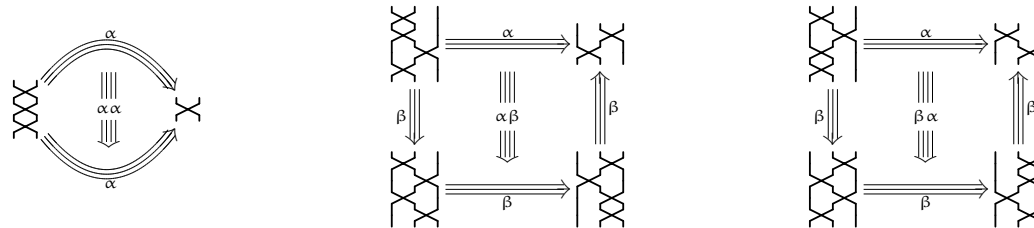
4. Cas général des 2-catégories présentées par 3-polygraphes

4.1. Exemple 3 : la 2-catégorie des permutations

Soit Σ_{Perm} le 3-polygraphe fini avec une 0-cellule, une 1-cellule, une 2-cellule \bowtie et deux 3-cellules :

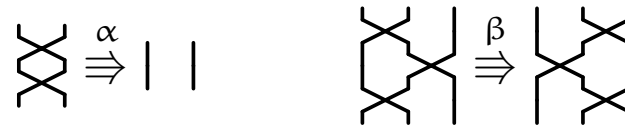


Terminaison. (Dérivation). **Confluence.** Trois branchements critiques confluents :

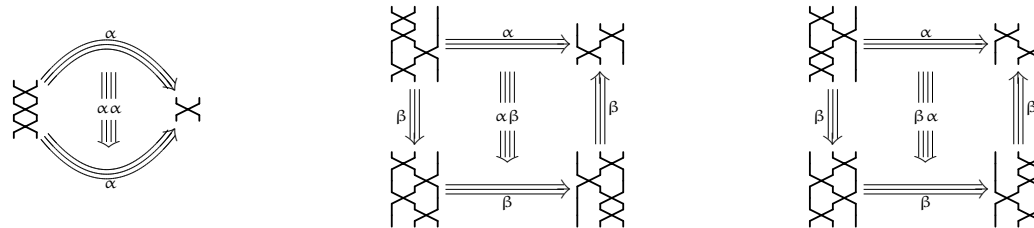


4.1. Exemple 3 : la 2-catégorie des permutations

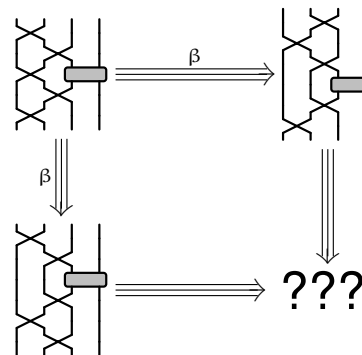
Soit Σ_{Perm} le 3-polygraphe fini avec une 0-cellule, une 1-cellule, une 2-cellule \bowtie et deux 3-cellules :



Terminaison. (Dérivation). **Confluence.** Trois branchements critiques confluents :



Plus un branchement critique pour chaque 2-cellule ⊞ de Σ_{Perm}^* :



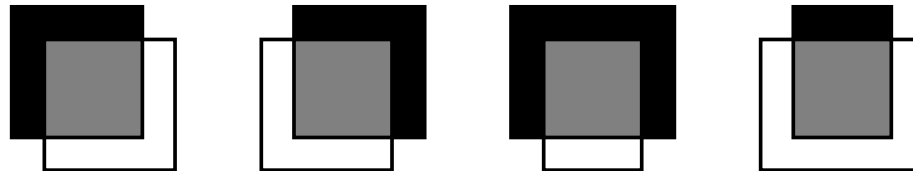
4.2. Classification des branchements critiques en dimension 3

Les branchements critiques d'un 3-polygraphe sont d'une de ces formes :

– Inclusion :



– Réguliers :



4.2. Classification des branchements critiques en dimension 3

Les branchements critiques d'un 3-polygraphe sont d'une de ces formes :

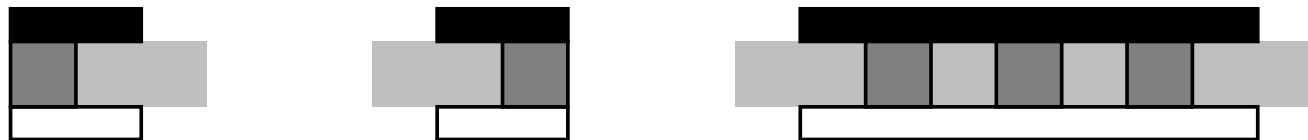
– Inclusion :



– Réguliers :



– Indexés (familles d'**instances**, une pour chaque **indice**) :



Une instance est **normale** lorsque l'indice correspondant est en forme normale.

Un 3-polygraphe est **finiment indexé** si chacun de ses branchements critiques indexés possède un nombre fini d'instances normales.

4.3. Deuxième condition suffisante

Fait. Un 3-polygraphe qui termine est confluent si et seulement si tous ses branchements critiques d'inclusion et réguliers et toutes les instances normales de ses branchements critiques indexés sont confluents.

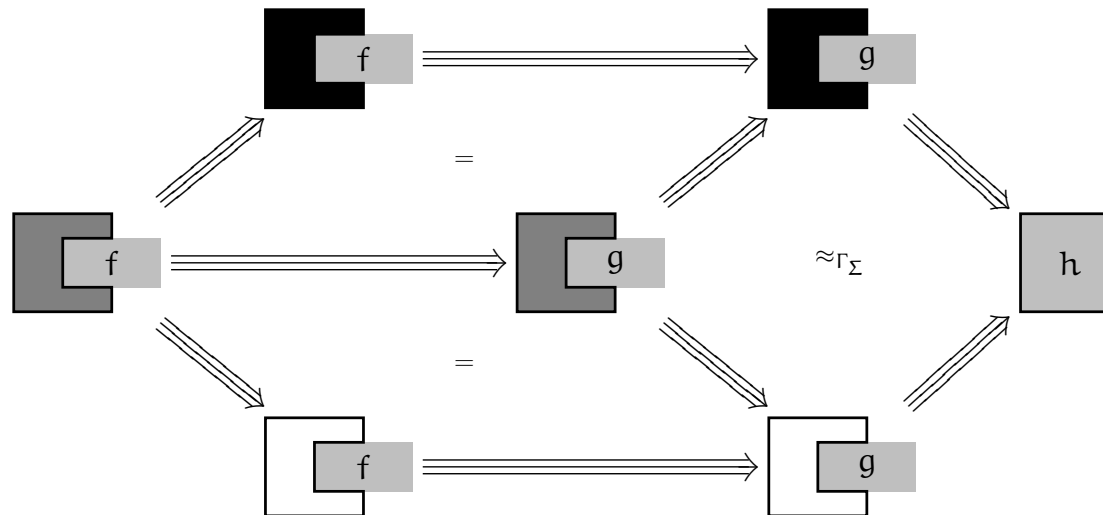
Théorème. Un 3-polygraphe fini, finiment indexé et convergent est TDF.

4.3. Deuxième condition suffisante

Fait. Un 3-polygraphe qui termine est confluent si et seulement si tous ses branchements critiques d'inclusion et réguliers et toutes les instances normales de ses branchements critiques indexés sont confluents.

Théorème. Un 3-polygraphe fini, finiment indexé et convergent est TDF.

Preuve. Par récurrence :



Pour Σ_{Perm} : on montre que son branchement critique indexé a deux instances normales, pour $|$ et \bowtie . Ces deux branchements critiques sont confluents, donc Σ_{Perm} est TDF.

4.4. Exemple 4 : la 2-catégorie des colliers de perles (1)

Soit Σ le 3-polygraphe fini avec une 0-cellule, une 1-cellule, trois 2-cellules \bullet , \cap , \cup et quatre 3-cellules :

$$\begin{array}{cccc} \bullet & \xRightarrow{\alpha} & \cap & \bullet & \cup & \xRightarrow{\beta} & \cup & \bullet \\ \cap & \xRightarrow{\gamma} & | & \cup & \cup & \xRightarrow{\delta} & | & \cup \end{array}$$

4.4. Exemple 4 : la 2-catégorie des colliers de perles (1)

Soit Σ le 3-polygraphe fini avec une 0-cellule, une 1-cellule, trois 2-cellules \bullet , \cap , \cup et quatre 3-cellules :

$$\begin{array}{cccc}
 \text{diagram 1} \xRightarrow{\alpha} \text{diagram 2} & \text{diagram 3} \xRightarrow{\beta} \text{diagram 4} & \text{diagram 5} \xRightarrow{\gamma} \text{diagram 6} & \text{diagram 7} \xRightarrow{\delta} \text{diagram 8}
 \end{array}$$

Terminaison. (Dérivation). **Formes normales.** On montre, par récurrence sur la taille des 2-cellules, que les formes normales de Σ sont les 2-cellules construites comme suit :

$$\text{diagram} = * \text{ ou } \bullet^n \text{ ou } \text{diagram}^n \text{ ou } \text{diagram}^n \text{ ou } \text{diagram}^n \text{ ou } \text{diagram} \text{ diagram}$$

4.4. Exemple 4 : la 2-catégorie des colliers de perles (1)

Soit Σ le 3-polygraphe fini avec une 0-cellule, une 1-cellule, trois 2-cellules \bullet , \cap , \cup et quatre 3-cellules :

$$\begin{array}{cccc} \text{diagram 1} \xRightarrow{\alpha} \text{diagram 2} & \text{diagram 3} \xRightarrow{\beta} \text{diagram 4} & \text{diagram 5} \xRightarrow{\gamma} \text{diagram 6} & \text{diagram 7} \xRightarrow{\delta} \text{diagram 8} \end{array}$$

Terminaison. (Dérivation). **Formes normales.** On montre, par récurrence sur la taille des 2-cellules, que les formes normales de Σ sont les 2-cellules construites comme suit :

$$\text{diagram} = * \text{ ou } \bullet^n \text{ ou } \text{diagram}^n \text{ ou } \text{diagram}^n \text{ ou } \text{diagram}^n \text{ ou } \text{diagram} \text{ ou } \text{diagram}$$

Confluence. Le 3-polygraphe Σ a quatre branchements critiques réguliers, plus un indexé :



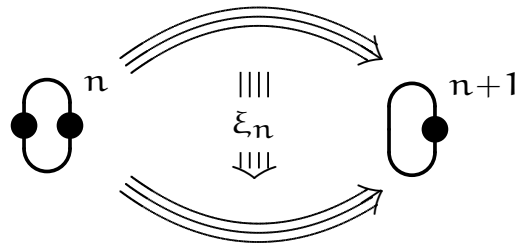
Les instances normales du branchement indexé sont données par les diagram valant \cup ou \cap | ou \cup | ou $\square \bullet^n$, pour tout \square en forme normale et tout $n \in \mathbb{N}$.

Tous les branchements critiques obtenus sont confluents : les 4-cellules correspondant aux diagrammes de confluence forment une base d'homotopie B infinie de Σ^\top .

4.4. Exemple 4 : la 2-catégorie des colliers de perles (2)

Lemme. Si Ξ est un n -polygraphe TDF alors, de toute base d'homotopie de Ξ^\top , on peut extraire une base d'homotopie finie de Ξ^\top .

Pour Σ , on montre que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la 4-cellule ξ_n est indispensable à la base d'homotopie B :

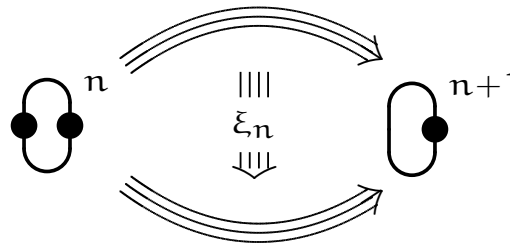


Proposition. Le 3-polygraphe Σ est fini et convergent mais n'est pas TDF.

4.4. Exemple 4 : la 2-catégorie des colliers de perles (2)

Lemme. Si Ξ est un n -polygraphe TDF alors, de toute base d'homotopie de Ξ^\top , on peut extraire une base d'homotopie finie de Ξ^\top .

Pour Σ , on montre que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la 4-cellule ξ_n est indispensable à la base d'homotopie B :



Proposition. Le 3-polygraphe Σ est fini et convergent mais n'est pas TDF.

On utilise la Tietze-invariance de TDF pour conclure que la 2-catégorie $\bar{\Sigma}$ ne peut pas avoir de présentation par un 3-polygraphe TDF, et donc qu'elle n'est pas TDF.

Corollaire. Il existe une 2-catégorie non TDF qui admet une présentation par un 3-polygraphe fini et convergent.

On utilise un foncteur *suspension* pour transformer Σ en un $(n+1)$ -polygraphe fini, convergent et non TDF, pour le $n \geq 2$ choisi.

Corollaire. Pour tout $n \geq 2$, il existe une n -catégorie non TDF qui admet une présentation par un $(n+1)$ -polygraphe fini et convergent.

Publicité

Texte.

Yves Guiraud et Philippe Malbos,
Higher-dimensional categories with finite derivation type,
Preprint (2008)

Publicité

Texte.

Yves Guiraud et Philippe Malbos,
Higher-dimensional categories with finite derivation type,
Preprint (2008)

Dessins.

Préprocesseur Catex pour Latex,
Bientôt dans les bacs

```
\deftwocell [red] { delta : 1 -> 2 }
```

```
\deftwocell [orange] { mu : 2 -> 1 }
```

```
\deftwocell [crossing] { tau : 2 -> 2 }
```

La 2 -cellule `\twocell{ (delta *0 delta) *1 (1 *0 tau *0 1) *1 (mu *0 mu) }` est facile à dessiner.

La 2-cellule  est facile à dessiner.