

Les contraintes sur les nombres réelles/rationnelles

Exercice 1

Considérer la contrainte (conjonction) d'inéquations suivante:

$$\begin{aligned}0 &\leq x \\0 &\leq y \\-x - y &\leq 2 \\-x + y &\geq 3 \\x + 2y &\leq 8\end{aligned}$$

- Visualiser la contrainte en dessinant un plan avec chaque demi-plan correspondant à une contrainte simple
- Est-ce que la contrainte est satisfaisable ?
- Appliquer la méthode de Fourier-Motzkin

Exercice 2

Considérer la contrainte (conjonction) d'inéquations suivante:

$$\begin{aligned}x + y &\leq 3z \\y - z &\leq 5 \\-x - y &\leq 0 \\-x + z &\geq -3 \\x &\leq 8 \\u &\leq -10 + 2x + 3y + 5z\end{aligned}$$

- Appliquer la méthode de Fourier-Motzkin (Attention à l'ordre des variables)
- Donner une solution

Exercice 3

Écrire un programme qui, étant donnée une liste (de taille **arbitraire**) de la forme $[0, _, \dots, _, 100]$ donne une liste, où chaque élément intérieur de la liste est la moyenne de ses deux voisins. **Indication:** Pour avoir un résultat il faut poser par exemple la question ?- $L = [0, _, _, _, _, _, _, _, 100], \text{votre_predicat}(L)$.

Le bon résultat pour l'exemple est $L = [0, 12.5, 25.0, 37.5, 50.0, 62.5, 75.0, 87.5, 100]$.
Modifier le programme pour faire en sorte que chaque élément de la liste soit la moyenne de ces deux prédécesseurs. On suppose que les deux premières valeurs soient connues. Par exemple, pour la question ?- $L = [0, 100, _, _, _, _, _, _], \text{votre_predicat2}(L)$. la bonne réponse est $L = [0, 100, 50.0, 75.0, 62.5, 68.75, 65.625]$.

Exercice 4

On veut modéliser la température d'une feuille de métal. Pour cela, on découpe la feuille en une matrice de dimension $m * n$ de points. Si la feuille est dans un état stable, chaque point de la matrice a la même température que la moyenne de ses quatre voisins. Étant données les températures des points limites, les valeurs des autres points sont déterminées.

- Écrire un programme qui étant donné une matrice M avec les valeurs des points limites, calcule la valeur des autres points, par exemple:

```
M = [[100,100,100,100,100,100,100],
      [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
      [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
      [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
      [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
      [ 0,  0,  0,  0,  0,  0,  0]]
```

Rendez la réponse lisible.

Indication: Il suffit de parcourir la matrice et d'imposer les contraintes nécessaires. Utiliser un prédicat auxiliaire `troislignes(+L1,+L2,+L3)` qui impose les contraintes pour 3 lignes de la matrice.

- Considérer une feuille modélisée avec une matrice $9 * 9$. Supposons qu'on sait que la température du centre est 50 et que la température au milieu entre le centre et la partie en haut est 90 (pareil pour la partie gauche). Supposons aussi que les points limites de chaque côté ont la même valeur (H, G, D et B). La température des points dans les coins n'est pas importante. Trouvez les valeurs pour H, G, D et B. Expérimenter avec d'autres contraintes de température.