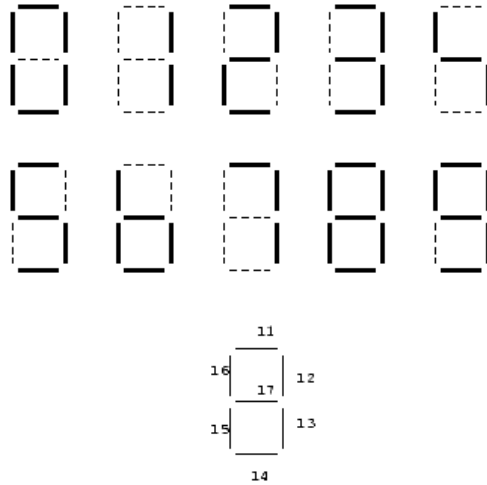


**Exercice 1** Les chiffres sont souvent représentés sur les écrans par une combinaison de 7 leds (Light Emitting Diode) qui peuvent être allumés ou éteints. Nous associons à chacun de ces leds un attribut binaire en posant qu'il prend la valeur 1 si le led correspondant est allumé et 0 s'il est éteint.



La population est l'ensemble des 10 chiffres  $\Pi = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , l'ensemble des descriptions est le sous ensemble de  $D = \{0, 1\}^7$  qui correspond aux descriptions des chiffres de  $\Pi$  (par exemple le chiffre 0 est décrit par le vecteur  $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$ ). Nous nous intéressons au problème de classification des chiffres selon qu'ils sont premiers ou non. Les deux classes sont donc les ensembles de descriptions associés aux deux ensembles  $P = \{2, 3, 5, 7\}$  et  $\bar{P} = \{0, 1, 4, 6, 8, 9\}$ . La classe des chiffres premiers sera notée  $P$  ou 1, l'autre classe sera notée  $\bar{P}$  ou 0.

- Règles de choix des fonctions de classement
  - On suppose que chaque chiffre est décrit par le seul led  $l4$ . Décrire les procédures de classification associées à la règle majoritaire, à la règle du maximum de vraisemblance et à la règle de Bayes. Calculez les erreurs réelles associées aux trois procédures trouvées.
- Apprentissage par arbres de décision.
  - On suppose que les chiffres sont décrits par les sept leds. Construire l'arbre de décision produit par l'algorithme d'apprentissage par arbre de décision en utilisant la fonction Entropie et la fonction gain associée. Vous ne détaillez que les calculs dignes d'intérêt. On poursuit les calculs jusqu'à obtenir un arbre parfait.
  - On suppose que le led  $l1$  tombe en panne (sa valeur est donc 0 pour tous les chiffres). Comment l'arbre précédent classe-t-il les 10 chiffres ? Quelle est l'erreur (réelle) de ce classement ?
- Apprentissage par réseaux de neurones.
  - A partir de l'arbre de décision trouvé précédemment, construire un réseau de neurones multicouches qui classe les chiffres premiers.
  - Déterminer un perceptron à trois entrées correspondant aux leds  $l1, l2$  et  $l6$  qui classe les chiffres premiers.
  - Existe-t-il un perceptron à 7 entrées (les valeurs des 7 leds) qui soit capable de classifier d'une part les entrées correspondant à des chiffres, d'autre part celles qui ne correspondent pas à des chiffres ?

Quelques valeurs de  $\log_2$  pour des fractions inférieurs à 1:

Num.	Dénominateur									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.0	-1.0	-1.585	-2.0	-2.322	-2.585	-2.807	-3.0	-3.170	-3.322
2		0.0	-0.585	-1.0	-1.322	-1.585	-1.807	-2.0	-2.170	-2.322
3			0.0	-0.415	-0.737	-1.0	-1.222	-1.415	-1.585	-1.737
4				0.0	-0.322	-0.585	-0.807	-1.0	-1.170	-1.322
5					0.0	-0.263	-0.485	-0.678	-0.848	-1.0
6						0.0	-0.222	-0.415	-0.585	-0.737
7							0.0	-0.193	-0.364	-0.515
8								0.0	-0.170	-0.322
9									0.0	-0.152
10										0.0