

Exercice 1 Quelques valeurs de \log_2 : $\log_2(1/3) = -1.585$, $\log_2(2/3) = -0.585$, $\log_2(2/5) = -1.322$, $\log_2(3/5) = -0.737$, $\log_2(5/6) = -0.263$, $\log_2(1/6) = -2.585$, $\log_2(3/4) = -0.415$, $\log_2(5/9) = -0.848$, $\log_2(4/9) = -1.17$, $\log_2(2/9) = -2.17$

On considère l'échantillon suivant :

N^o	T_1	T_2	T_3	Classe
1	0	V	N	A
2	1	V	I	A
3	0	F	O	B
4	1	V	N	A
5	1	V	O	A
6	1	F	N	A
7	0	F	O	B
8	0	V	I	A
9	0	F	N	B
10	1	V	I	B
11	1	F	O	A
12	1	F	I	A
13	0	V	O	B

- Soit l'ensemble d'apprentissage constitué des exemples $\{1, \dots, 9\}$. Donnez le classificateur naïf de Bayes pour les trois descriptions des exemples 11, 12 et 13.
- Soit l'ensemble d'apprentissage constitué des exemples $\{1, \dots, 9\}$. Construire un arbre de décision t_1 en choisissant les attributs dans l'ordre T_3, T_2, T_1 . Est-ce que t_1 est parfait ?
- Même question avec t_2 en utilisant l'ordre T_1, T_2, T_3 .
- Calculer quel test réalise le gain maximal à la racine (en utilisant la mesure *Gini*).
 $Gini(p) = 1 - \sum_{k=1}^c P(k/p)^2$ où $P(k/p)$ est la proportion d'éléments de classe k à la position p de l'arbre. $Gain(p, T) = f(p) - \sum_{j=1}^n (P_j \times f(p_j))$ pour une mesure f donnée. n est l'arité du test et P_j la proportion d'éléments de S à la position p qui vont en position p_j (qui satisfont la j -ème branche du Test).
- Construire un arbre de décision parfait en choisissant, pour chaque nœud le meilleur test à lui appliquer (avec la mesure *Entropie*, $Entropie(p) = - \sum_{k=1}^c P(k/p) \times \log_2(P(k/p))$).
- Peut-on trouver un arbre de décision parfait si on considère l'ensemble d'apprentissage constitué des exemples $\{1, \dots, 10\}$?
- Soit l'ensemble d'apprentissage \mathcal{A} constitué des exemples $\{1, \dots, 9\}$ et l'ensemble test \mathcal{T} constitué des exemples $\{11, 12, 13\}$. Soit les arbres de décision $t_3 = A$ et $t_4 = T_1(A, B)$. Calculer, pour chacun des arbres t_1, t_2, t_3 et t_4 , l'erreur apparente sur l'ensemble d'apprentissage \mathcal{A} , sur l'ensemble test \mathcal{T} et sur l'échantillon complet.

Exercice 2 On reprend l'échantillon $\{1, \dots, 9\}$ de l'exercice 1. On considère que N^o est un attribut. Quel test est choisi en premier avec la mesure *Entropie* ?

Exercice 3 On considère un échantillon avec 200 individus qui peuvent être de classe 1 ou 2 et qui ont deux attributs binaires A et B. Il y a 100 individus de classe 1 et 100 de classe 2. Leur répartition est donnée comme suit :

A	B	Classe 1	Classe 2
faux	faux	0	50
faux	vrai	50	0
vrai	faux	50	0
vrai	vrai	0	50

La première ligne signifie qu'en tout il y a 50 individus dont les attributs A et B sont faux. Sur ces 50 individus 0 sont de classe 1 et 50 de classe 2.

- Donnez pour chaque valeur d'attribut le nombre d'individus qui sont dans chaque classe. Par exemple donnez le nombre d'individus de classe 1 avec attribut A faux, etc.
- En utilisant ces valeurs, appliquez l'algorithme de base pour construire un arbre de décision avec les fonctions Entropie et Gain pour cet échantillon. Quel problème rencontre-t-on pour choisir le premier test ? Doit-on s'arrêter ? Choisissez un attribut et poursuivez la construction de l'arbre. Que remarque-t-on ?
- Supposons maintenant que le langage de description contienne non seulement les attributs A et B mais aussi d'autres attributs C, ..., Z. Que va-t-on obtenir en appliquant l'algorithme de base ? Pourrait-on remédier à cette situation ?