M1 - T.D. 2 APS – CCS et Vérification

Bisimulations

Exercice 1 1. Calculer (par itérations) la plus grosse bisimulation associée à

$$p_1 = b.p_2 + a.p_3 \qquad p_3 = c.p_4$$
$$p_2 = c.p_4 \qquad p_4 = b.p_2 + a.p_3 + a.p_1$$

2. Calculer (par itérations) la plus grosse bisimulation associée à

$$p_1 = a.p_2$$
$$p_2 = a.p_1$$
$$p_3 = a.p_2 + a.p_4$$
$$p_4 = a.p_3 + a.p_5$$
$$p_5 = NIL$$

♢

Exercice 2 Montrer en utilisant la technique des jeux que les processus p et q ne sont pas bisimilaires.

$$q = a.q_1 + a.q_2$$
$$p = a.p_1 \qquad q_2 = a.q_3$$
$$p_1 = b.p_2 + c.p_3 \qquad q_2 = a.q_4$$
$$p_2 = p_3 = q_3 = q_4 = NIL$$

♢

Exercice 3 1. Montrer en utilisant la technique des jeux que les processus p et q ne sont pas bisimilaires.

$$q = a.q_1 + a.q_2$$
$$p = a.p_1 \qquad q_2 = a.q_2$$
$$p_1 = b.p_1 + b.p_2 \qquad q_1 = b.q_3$$
$$p_2 = q_3 = NIL$$

2. Calculer (par itérations) la plus grosse bisimulation associée au système de la question précédente.

♢

HML et HML récursive

Exercice 4 Dessiner le treillis complet des parties de $E = \{a, b, c\}$ ordonné par inclusion. touver le sup et le inf de

- $\{a\}, \{b\}$
- $\{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}$
- $\{a\}, \{b\}, \{c\}$
- $\{a\}, \{a, b\}, \{b\}$

♢

Exercice 5 Soit $E, \leq$ un treillis complet. Trouver $\sup \emptyset$ et $\inf \emptyset$. ♢

Exercice 6 Pour chacun des couples de processus CCS p et q ci-dessous :

(1) décider s'ils sont bisimilaires (fortement)

(2) s'ils ne le sont pas, trouver une formule HML qui les distingue ou un stratégie gagnante pour l'attaquant au jeu de bisimulation

(3) calculer itérativement la plus grosse bisimulation forte des systèmes de transitions correspondants

- $p = b.a.NIL + b.NIL$ et $q = b.(a.NIL + b.NIL)$

T.S.V.P.

- $p = a.b.c.NIL + a.b.d.NIL$ et $q = a.(b.c.NIL + b.d.NIL)$
- $p = a.NIL \parallel b.NIL$ et $q = a.b.NIL + b.a.NIL$
- $p = (a.NIL \parallel b.NIL) + c.a.NIL$ et $q = a.NIL \parallel (b.NIL + c.NIL)$ ♢

Exercice 7 On considère le système de transitions défini par $s_1 \xrightarrow{b} s_1$, $s_1 \xrightarrow{b} s$, $s_1 \xrightarrow{b} s_2$, $s_2 \xrightarrow{a} s_2$.

1. Quels états satisfont la formule $X = \langle a \rangle \mathit{tt} \vee [b]\mathit{ff}$?
2. Quels états satisfont la formule $Y = \langle a \rangle \mathit{tt} \vee ([b]Y \wedge \langle b \rangle \mathit{tt})$? ♢

Exercice 8 On considère les processus p et q définis ci-dessous

$$p = a.p_1 a p_2 \qquad q = a.q_1$$
$$p_1 = b.p_2 \qquad q_1 = a.q_1$$
$$p_2 = b.p_2$$

1. Calculer le plus grand (i.e. $X = \nu X.\langle b \rangle \mathit{tt} \wedge [b]X$) et le plus petit (i.e. $X = \mu X.\langle b \rangle \mathit{tt} \wedge [b]X$) point fixe de $X = \langle b \rangle \mathit{tt} \wedge [b]X$.
2. Calculer le plus grand (i.e. $X = \nu X.\langle b \rangle \mathit{tt} \vee \langle \{a.b\} \rangle X$) et le plus petit (i.e. $X = \mu X.\langle b \rangle \mathit{tt} \vee \langle \{a.b\} \rangle X$) point fixe de $X = \langle b \rangle \mathit{tt} \vee \langle \{a.b\} \rangle X$. On pose :$\langle \{a.b\} \rangle X = \langle a \rangle X \vee \langle b \rangle X$ et $[\{a, b\}]X = [a]X \wedge [b]X$. ♢

Exercice 9 On considère les processus p, p_1, p_2, p_3 définis par :

$b = b.p_1 \quad p_1 = b.p \quad p_1 = b.p_2 \quad p_2 = a.p_3 \quad p_3 = a.p_3$

1. Montrer que $p \models X$ où $X = \mu X.\langle a \rangle \mathit{tt} \vee \langle b \rangle X$.
2. Montrer que $p \not\models X$ où $X = \nu X.\langle b \rangle \mathit{tt} \wedge [b]X$.
3. Montrer que $p_2 \models X$ où $X = \nu X.\langle a \rangle \mathit{tt} \wedge [a]X$.
4. Montrer que $p_1 \not\models X$ où $X = \mu X.\langle a \rangle \mathit{tt} \vee ([b]X \wedge \langle b \rangle \mathit{tt})$. ♢

Exercice 10 On considère les processus de la figure 1 et les formules $F = \mu X.\langle a \rangle \mathit{tt} \vee \langle b \rangle X$, $G = \nu X.\langle b \rangle \mathit{tt} \wedge [b]X$ et $H = \nu X.\langle b \rangle \mathit{tt} \vee \langle b \rangle X$.

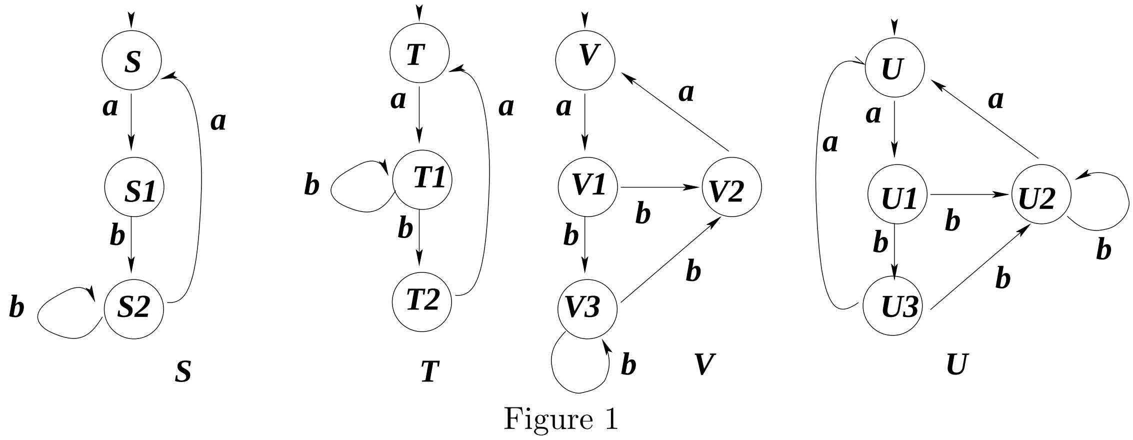

Figure 1

1. Montrer que $T_1 \models G$ et $V_1 \not\models G$.
2. Montrer que $S_1 \models F$ et $U_1 \models F$.
3. Quels sont les états satisfaisant H ? ♢