

**Examen – Vendredi 9 Septembre 2005**

Documents autorisés

**Exercice 1** Calculer  $(y (\lambda v.(x v)))[x := \lambda y.(v y)]$ .

**Exercice 2** Pourquoi la formule  $\varphi$  :

$$((A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \vee B) \Rightarrow C)$$

n'est-elle pas prouvable? On pourra expliquer le problème rencontré dans l'écriture d'un programme (i.e., d'un  $\lambda$ -terme) de type  $\varphi$ .

*Réponse : 1 à 10 lignes maximum*

**Exercice 3** Construire un arbre de preuve sans coupure de

$$((P \wedge Q) \vee (P \vee Q)) \Rightarrow (P \vee Q)$$

et donner le  $\lambda$ -terme correspondant à cette preuve.

**Exercice 4**

1. Qu'est ce qu'un radical? Qu'est ce que la normalisation?
2. Donner un exemple de  $\lambda$ -terme  $t$  (**non vu en cours/TD/TME**) contenant au moins un radical.
3. A quelle preuve  $\pi$  correspond le  $\lambda$ -terme  $t$ ?
4. Cette preuve admet-elle une coupure? Pourquoi? Si oui, construire une preuve  $\pi'$  en éliminant la(les) coupure(s) de  $\pi$ .
5. Calculer la forme normale  $t'$  de  $t$ .
6. A quelle preuve correspond  $t'$ ? Pourquoi?