EQUATIONS ASSOCIÉES À UN AUTOMATE

On peut écrire de manière un peu plus simple les équations permettant de trouver une expression rationnelle qui caractérise $L(\mathcal{A})$ pour un automate $\mathcal{A}$ donné. A tout état s de $\mathcal{A}$ on associe un langage L_s formé des traces des chemins qui vont de s à un état final de $\mathcal{A}$. On a

$$L_s = \bigcup \{a \cdot L_{s'}) \,/\, \exists t\colon \alpha(t) = s, \lambda(t) = a, \beta(t) = s'\} \cup \{\varepsilon \,/\, s \in F\}$$

Remarquons que le mot vide ε appartient à L_s si et seulement si s est un état final.

Il suffit ensuite de résoudre le système d'équation associé à l'état initial (resp. à chaque état initial) pour obtenir $L(\mathcal{A})$.

Considérons par exemple l'automate de la figure 11.3 du chapitre 11, avec état initial 1 et état final 2. Alors le langage accepté par cet automate est donné par L_1 défini par les équations

$$L_1 = bL_1 + aL_2$$
$$L_2 = bL_2 + aL_1 + \varepsilon$$

Calculons L_2 en fonction de L_1 : $L_2 = b^*(\varepsilon + aL_1)$.

Reportons dans la première équation : $L_1 = bL_1 + ab^*(\varepsilon + aL_1)$ d'où $L_1 = (b + ab^*a)^*ab^*$.