Université Paris 7 | DESS Logiciels Fondamentaux
U.F.R d'informatique | Année 2002-2003

TD 5 – LTL - CTL

LTL

1 Exprimer

Ecrire les formules LTL formalisant les propriétés suivantes :

- Un jour il y aura p
  correction : Fp
- Il y a toujours p
  correction : Gp
- Il y a p une infinité de fois. (En chaque point on peut dire qu'il y aura p dans le futur)
  correction : GFp
- Il n'y a jamais p et q simultanément
  correction : $\neg F(p \wedge q)$ ou encore $G\neg(p \wedge q)$
- Après chaque occurrence de p il y a au moins une occurrence de q
  correction : $G(p \Rightarrow Fq)$
- S'il y a une infinité de p_1 et une infinité de p_2 alors toute occurrence de q_1 est suivie d'une occurrence de q_2.
  correction : $(GFp_1 \wedge GFp_2) \Rightarrow G(q_1 \Rightarrow Fq_2)$
- Avant chaque occurrence de p il y a au moins une occurrence de q.
  correction : $G(\neg p) \vee (\neg p)\mathcal{U}q$
- Entre chaque paire d'occurrence de p il y a au moins une occurrence de q.
  correction : $G(p \Rightarrow (G\neg p \vee Fp \wedge ((\neg p)\mathcal{U}q)))$
- Aucune autre commande de café n'est acceptée entre l'acquittement de la somme due et l'enlèvement du gobelet.
  correction : $G(a \Rightarrow (\neg c\mathcal{U}e))$
- Entre chaque paire d'occurrence de p il y a au moins une occurrence de q.
  correction : $G(p \Rightarrow (G\neg p \vee Fp \wedge ((\neg p)\mathcal{U}q)))$
- Aucune autre commande de café n'est acceptée entre l'acquittement de la somme due et l'enlèvement du gobelet.
  correction : $G(a \Rightarrow (\neg c\mathcal{U}e))$

– Si la machine accepte une carte, elle n'en accepte pas d'autre avant de l'avoir ejectée.

correction : $G(introduction \Rightarrow \neg introduction \mathcal{U} eject)$

– La machine accepte au plus 2 erreurs dans l'entrée de mon code

correction : $G(introduction \Rightarrow \neg erreur \mathcal{U} erreur \mathcal{U} \neg erreur \mathcal{U} erreur \mathcal{U} \neg erreur \mathcal{U} OK)$

2 Equivalences

– Comparer $G(Fp \wedge Fq)$ et $GFp \wedge GFq$

– Comparer $F(Gp \wedge Gq)$ et $FGp \wedge FGq$

– Comparer $G(Fp \vee Fq)$ et $GFp \vee GFq$

– Comparer $F(Gp \vee Gq)$ et $FGp \vee FGq$

– Comparer $GF(p \wedge q)$ et $GFp \wedge GFq$

– Comparer $GF(p \vee q)$ et $GFp \vee GFq$

– Comparer $FG(p \wedge q)$ et $FGp \wedge FGq$

– Comparer $FG(p \vee q)$ et $FGp \vee FGq$

– comparer $q\mathcal{U}Fp$ et Fp

correction : il se trouve qu'ils ont les mêmes modèles : si j'ai une solution de Fp alors c'est aussi une execution de $q\mathcal{U}Fp$, et s'il y a une position pour laquelle j'ai Fp, c'est vrai pour toutes les precédentes

– comparer $Gq \vee G(\neg p)$ et $(Fp) \Rightarrow Gq$

correction : La encore c'est idem, c'est plus facile : $a \Rightarrow b$ c'est $\neg a \vee b$

3 Logique et Automates

Donner, pour chacunes des formules LTL suivantes, l'automate de Büchi correspondant.

correction : on peut bien sur tout verifier avec un generateur d'automate, cf oddoux

– Gp, Fp, $p\mathcal{U}q$

– $(Fp) \Rightarrow Gq$

correction : Donner 2 solutions, la premiere en prenant l'equivalence $Gq \vee G(\neg p)$, la seconde par une construction plus intuitive en imposant que p a lieu a un moment

– $F(p \wedge (q\mathcal{U}r))$

– $(Gp)\mathcal{U}q$

– $(Fp)\mathcal{U}q$

correction : Si q a lieu tout de suite, on accepte tout ce qui suit. Sinon il faut que Fp soit vrai jusqu'a ce qu'on ait q. En particulier que se passe t'il juste a q ? S'il y a un p simultanement ou juste avant alors tout les prefixes etaient ok, idem s'il y a un p plus tard.

– $p\mathcal{U}(G(q\mathcal{U}r))$