Université Paris 7
U.F.R d'informatique

DESS Logiciels Fondamentaux
Année 2002-2003

TD 8 – Model Checking de LTL

1 Passage de LTL a un automate de Buchi

Exercice 1 :

Donner un automate pour la formule $\phi = p \Rightarrow Fq$.

On va maintenant appliquer la construction vue en cours. Elle se décompose en trois temps : le premier est une construction de chemins consistants, puis on construit un observateur qui s'assurera que les évènements attendus arrivent un jour, puis on synchronise les deux automates construits.

1. Transformer la formule pour n'utiliser que les modalités $\vee, \wedge, \neg, X, \mathcal{U}$

   correction : $\neg\phi \vee True\mathcal{U}q$, j'appelle $\alpha = T\mathcal{U}q$

2. Dessiner les 8 états consistants construits sur l'ensemble des sous formules de ϕ et leurs négations

   correction :

   La consistance de $\neg\phi$ impose que l'on a p et $\neg\alpha$ quand on a $\neg\phi$ (reste donc a placer q et $\neg q$, ce qui fait deux états).

   De même on ne peut pas avoir p et $\neg\alpha$ quand on a ϕ. Il reste donc 3 possibilités avec p et α, fois 2 avec q et $\neg q$.

3. Quels sont les états qui ont des transitions vers tout les autres ? Utiliser un marquage spécial sur ces états, pour éviter de représenter tout les arcs.

   correction : Qd on regarde les conditions de constructions, il n'y a que 2 états qui ne sont pas libres,ce sont ceux qui ont α et $\neg q$. Ceux ci ont des transitions vers tout ceux qui contiennent α (eux compris).

   On étiquette les transitions par une étiqueté de même contenu que l'état source.

4. Donner les transitions des états restants

5. Donner un automate observateur.

   correction : Il a 2 états, un vide, et un étiqueté par α.

   On passe de vide a α par les transitions sortant des deux états isoles lors de la constructions précédente. On sort de α lorsqu'une des transition est étiquetée par q, sinon on reste en α.

   Il y a donc 2 transitions de *vide* a α, 4 dans l'autre sens, 4 qui bouclent sur α et 6 sur *vide*.

   vide est final au sens de buchi.

6. Rappeler sans le faire comment vous synchroniseriez les deux.

   correction : Les état finaux du produit sont ceux qui contiennent *vide*, puis on projete les transitions sur les propositions. J'ai garde une copie de la construction sur un papier qq part.

Exercice 2 : On considère maintenant la formule $\phi = (p\mathcal{U}q) \vee ((\neg q)\mathcal{U}\neg p)$.

1. Combien d'états devez vous construire ? Comme précédemment isolez ceux qui ont des transitions qui ne vont pas vers tout les autres.

   correction :

   J'en ai compte 16. On décompose $\phi = \alpha \vee \beta$. Quand il y a $\neg phi$ il y a $\neg\alpha$ et $\neg\beta$. Reste donc les 4 possibilité avec p, q et leur négation. Pour ϕ il y a 3 combinaisons de α et de β, fois 4 pour celles avec p, q.

   On isole les 4 états : $(\alpha, p, \neg q, \beta, \phi), (\alpha, p, \neg q, \neg\beta, \phi), (\alpha, \neg p, q, \beta, \phi), (\neg\alpha, \beta, \neg p, q, \phi)$

2. Construisez a présent l'automate de synchronisation.

   correction :

   L'intérêt de cet exemple est qu'il y a 4 états : *vide*, $\alpha, \beta, \{\alpha, \beta\}$. On doit prendre garde a toujours décroître vers *vide* !

   Au moment ou on sort de *vide*, on met tout les untils dans l'observateur, puis on les efface. Si un nouvel until est rencontre durant le trajet qui nous ramène a vide, la construction de l'automate 1 assure que si le until n'est pas satisfait, alors il est persistant, c.a.d que la transition suivante de celle qui arrive en vide sortira d'un état étiqueté par ce nouvel until "oublié".

3. Rappelez comment se fera le choix des états finaux du produit synchronisé.

4. Donner directement un automate pour ϕ

2 CTL- Rappels

On enrichit la logique temporelle avec les opérateurs A et E qui permettent de quantifier sur tout les chemins possibles ou de parler de l'existence d'un chemin issus d'un état.

Lorsque chaque opérateur $X, F, \mathcal{U}$... est sous la portée directe d'un A ou d'un E on parle du fragment CTL.

3 Quelques formules en CTL

Donner des modèles pour les formules suivantes :

$AGp \quad EGp \quad AFp \quad EFp \quad AGEXp \quad EGEFp$

4 Ecrire en CTL

– quoique je fasse maintenant, je garde la possibilite de faire a dans le futur.

  correction : $AXEFa$