Algorithmique – Maîtrise
TD 2 : Tri Topologique - Probleme des circuits eulerien

Exercice 1 : (Rappel TD 1)

1. Quel type de parcours est-il préférable d'utiliser pour les problèmes suivants. Proposez une solution sans la prouver :
   (a) trouver un circuit s'il en existe, et renvoyer « faux » sinon ;
   (b) trouver un circuit de longueur minimale partant du sommet origine, ou renvoyer « faux » s'il n'en existe pas.

Exercice 2 : (Tri topologique)

On rappelle qu'un ordre total $<$ sur les sommets d'un graphe G orienté SANS CYCLE est dit topologique si, lorsqu'il existe un arc (s, s') dans G, alors on a $s < s'$. Vous avez vu en cours un algorithme de tri topologique basé sur un parcours en profondeur.

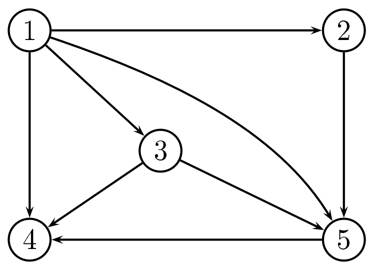

FIG. 1 – G_3

1. Rappellez et executer l'algorithme du cours sur le graphe de la figure 1.
2. On cherche a present un algorithme different. Pour cela considerez le nombre d'arcs incidents à chaque sommet, et ce qui se passe quand on retire un sommet du graphe. En déduire un algorithme qui rangera dans une file les sommets dans un ordre topologique.
3. Montrez que votre algorithme termine.
4. Montrer que tous les sommets finissent dans la file.
5. Montrer que votre algorithme est correct.

Exercice 3 : (circuit eulérien)

Étant donné un graphe orienté $G = (V, E)$, on appelle *circuit eulérien* un circuit qui traverse chaque arc de G exactement une fois (tout en pouvant visiter un même sommet plusieurs fois).

1. Montrer que G fortement connexe contient un circuit eulérien si, et seulement si pour tout sommet $v \in S$, on a :

$$\text{degré entrant}(v) = \text{degré sortant}(v).$$

2. Décrire un algorithme en $O(|E|)$ permettant de trouver un circuit eulérien de G s'il en existe.