Algorithmique – Maîtrise

TD 3 : Composantes fortement connexes

1 Échauffement

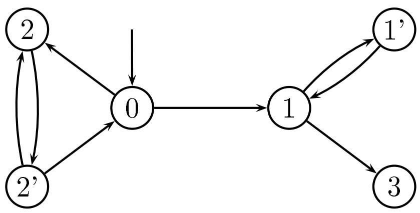

FIG. 1 – G_1

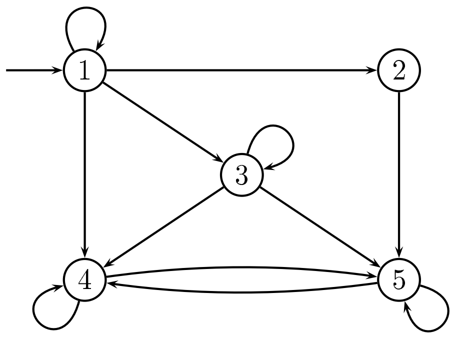

FIG. 2 – G_2

Exercice 1 :

Quelles sont les Composantes Fortement Connexe des figures 1 et 2

Exercice 2 :

Observer en quoi l'ajout d'un arc peut modifier le nombre de composantes fortement connexes d'un graphe.

Exercice 3 :

Appliquer aux graphes des figures 1 et 2 l'algorithme de Tarjan de calcul des composantes fortement connexes vu en cours.

Exercice 4 :

Étudier la complexité de l'algorithme.

2 Algorithme simple : le graphe réduit

On appelle *graphe réduit* (ou *graphe des composantes*) d'un graphe orienté $G = (V, E)$, le graphe $G' = (V', E')$, où :

- les sommets de V' correspondent aux composantes fortement connexes de G ;
- E' contient l'arc (u, v) si et seulement s'il existe dans G un arc d'un sommet de la composante étiquetant u vers un sommet de la composante étiquetant v.

Exercice 5 :

Montrer que le graphe réduit d'un graphe orienté est toujours acyclique.

Exercice 6 :

Représenter le graphe réduit de chacun des graphes des figures 1 et 2.

Exercice 7 :

Montrer que si C et D sont deux composantes fortement connexes d'un graphe quelconque, alors il existe un chemin entre un sommet *quelconque* $u \in C$ et un sommet *quelconque* $v \in D$ si et seulement s'il existe un chemin entre un sommet *fixé* $u_0 \in C$ et un sommet *fixé* $v_0 \in D$.

Exercice 8 :

Écrire un algorithme qui construit le graphe réduit d'un graphe orienté. Montrer que le graphe obtenu est bien le graphe réduit (en particulier, montrer qu'il existe au plus un arc entre deux sommets du graphe réduit).