Unification

Unification comme solution d'un système d'équations

Deux termes A et B sont unifiables ss'il existe une substitution σ t.q. $\sigma(A) = \sigma(B)$ (σ est donc un unificateur de A et B).

Une équation est une paire de termes de la forme $A \doteq B$. On dit qu'elle est unifiable ssi les termes A et B le sont.

Un système/problème d'équations E est un ensemble d'équations. On dit qu'il est unifiable ssi il existe une substitution qui est unificateur de toutes les équations de E. Cette substitution est appelée solution de E.

On s'intéresse aux systèmes d'équations finis.

Les formes résolues

Définition : Un système d'équations E est en forme résolue ssi il est de la forme $\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_n \doteq t_n\}$, où

- toutes les variables x_i sont distinctes ($i \neq j$ implique $x_i \neq x_j$)
- aucune x_i n'apparaît dans un t_j ($\forall i, x_i \notin \bigcup_{1 \leq j \leq n} Var(t_j)$)

Notation : Si E est un système en forme résolue $\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_n \doteq t_n\}$ on note $\vec{E}$ la substitution $\{x_1/t_1, \ldots, x_n/t_n\}$.

Les règles de transformation

$$\frac{E \cup \{s \doteq s\}}{E} \quad \text{(effacer)} \qquad \frac{E \cup \{t \doteq x\} \quad t \notin Var}{E \cup \{x \doteq t\}} \quad \text{(orienter)}$$

$$\frac{E \cup \{f(s_1, \ldots, s_n) \doteq f(t_1, \ldots, t_n)\}}{E \cup \{s_1 \doteq t_1, \ldots, s_n \doteq t_n\}} \quad \text{(décomposer)}$$

$$\frac{E \cup \{x \doteq s\} \quad x \in Var(E) \quad x \notin Var(s)}{E\{x/s\} \cup \{x \doteq s\}} \quad \text{(remplacer)}$$

Algorithme d'unification d'un système E

1. On démarre avec un système E
2. On applique les règles de transformation tant qu'on peut, on obtient un problème P
3. Si le système P est en forme résolue
   - alors renvoyer $\vec{P}$.
   - sinon échec