
Spécifications formelles

Méthodes formelles

- Les spécifications ou méthodes formelles sont des techniques informatiques utilisant des représentations mathématiques du logiciel et du matériel.
- Elles ne sont utilisées que dans des domaines **critiques** à cause de leur coût (matériel, en temps et humain).
- Le principal bénéfice de leur utilisation est la réduction du nombre d'erreurs dans le logiciel.

Spécifications formelles : objectifs

- Montrer comment les techniques de spécification formelles aident à découvrir des problèmes dans la conception d'un système.
- Définir et utiliser des techniques algébriques pour spécifier les interfaces d'un système.

Coût de la spécification formelle

- La spécification formelle demande plus d'effort dans les phases **avant** du projet.
- Elle réduit les erreurs (incomplétude ou inconsistance) de la spécification des charges.
- Ainsi, le nombre de changements du projet à cause d'un problème de spécification de charges est réduit.

Differentes classes de spécifications formelles

- Algébriques : le système est spécifié en termes d'ensembles, d'opérations et de leur relation.
Ex. séquentiel : Act One, Larch, OBJ.
Ex. concurrent : Lotos.
- Basés sur les modèles : le système est spécifié en termes de modèle à états et utilisent des opérations qui changent l'état du système.
Ex. séquentiel : Z, VDM, B.
Ex. concurrent : CSP, réseaux de Pétri, automates hiérarchiques (*statecharts*).

4

Types abstraits de données

- Manipulation de domaines complexes.
- La manipulation est **indépendante** de la **représentation** particulière du domaine.
- On se donne :
 - Un nom pour **domaine abstrait**
 - Des **opérations de construction** d'une représentation concrète vers le domaine abstrait
 - Des **opérations de test** pour les différents constructions.
 - Des **opérations d'accès** d'un objet abstrait vers les composantes d'une représentation concrète.

6

Spécification formelle d'interfaces

- Les grands systèmes sont décomposés en sous-systèmes qui se composent à travers d'interfaces bien définies.
- La spécification des interfaces des sous-systèmes permet leur développement indépendant.
- Les interfaces peuvent être définies comme des types de données abstraits ou des interfaces de classes.
- L'approche algébrique pour la spécification formelle des interfaces permet pour les opérations de l'interface :
 - de les définir formellement,
 - d'analyser formellement (preuve) leur comportement,
 - de dériver l'implémentation d'un objet ou d'un type en partant de sa définition formelle.

5

Exemple : jour

Domaine :

jour (jours vus comme des entiers de 1 à 31)

Opérations de construction :

cons_jour : $\{x : \text{entier} \mid 1 \leq x \leq 31\} \rightarrow \text{jour}$

Opérations de construction étendue :

entier_to_jour : entier \rightarrow jour

Opérations d'accès :

numéro_jour : jour $\rightarrow \{x : \text{entier} \mid 1 \leq x \leq 31\}$

7

Exemple : exemplaire

Domaine :

exemplaire

Opérations de construction :

cons_livre : livre \rightarrow exemplaire

cons_dvd : dvd \rightarrow exemplaire

Opérations de test :

est_livre, est_dvd : exemplaire \rightarrow bool

Opérations d'accès :

ex_livre : $\{x : \text{exemplaire} \mid \text{est_livre}(x)\} \rightarrow \text{livre}$

ex_dvd : $\{x : \text{exemplaire} \mid \text{est_dvd}(x)\} \rightarrow \text{dvd}$

8

Exemple : argent

Domaine :

argent

Opérations de construction :

francs : entier \rightarrow argent

euros : entier \rightarrow argent

Opérations de test :

est_francs, est_euros : argent \rightarrow bool

Opérations d'accès :

val_argent : argent \rightarrow entier

9

Exemple : Les cartes de couleur

Domaine :

couleur

Constantes :

pique, coeur, carreau, trèfle : couleur

Opérations de test :

est_pique : couleur \rightarrow bool

est_coeur : couleur \rightarrow bool

est_carreau : couleur \rightarrow bool

est_trèfle : couleur \rightarrow bool

10

Domaine :

figure

Constantes :

as, roi, dame, cavalier, valet, dix, neuf, huit, sept :

Opérations de test :

est_as, est_roi, est_dame : figure \rightarrow bool

est_cavalier, est_valet : figure \rightarrow bool

est_dix, est_neuf, est_huit, est_sept : figure \rightarrow bool

11

Domaine :

carte

Opérations de construction :

cons_carte : couleur \times figure \rightarrow carte

Opérations d'accès :

figure_carte : carte \rightarrow figure

couleur_carte : carte \rightarrow couleur

12

Domaine :

carte_tarot

Constantes :

excuse : carte_tarot

Opérations de construction :

cons_tarot_simple : carte \rightarrow carte_tarot

cons_atout : $\{n : \text{entier} \mid 1 \leq n \leq 21\} \rightarrow$ carte_tarot

Opérations de construction étendue :

entier_to_carte_tarot : entier \rightarrow carte_tarot

Opérations de test :

est_excuse, est_carte_simple, est_atout : carte_tarot \rightarrow

14

Domaine :

main

Opérations de construction :

cons_main : $\{\vec{n} \in \text{carte}^5 \mid \text{Diff}(\vec{n})\} \rightarrow$ main

Opérations de construction étendue :

cartes_to_main : $\text{carte}^5 \rightarrow$ main

Opérations d'accès :

carte1 : main \rightarrow carte

:

carte5 : main \rightarrow carte

13

Opérations d'accès : (Première possibilité)

carte_carte_tarot : $\{x : \text{carte_tarot} \mid \text{est_carte_simple}(x)\} \rightarrow$
 \rightarrow carte

atout_de_tarot : $\{x : \text{carte_tarot} \mid \text{est_atout}(x)\} \rightarrow$
 $\{n : \text{entier} \mid 1 \leq n \leq 21\}$

15

Opérations d'accès : (Deuxième possibilité)

`couleur_de_tarot` : $\{x : \text{carte_tarot} \mid \text{est_carte_simple}(x)\}$

→ `couleur`

`figure_de_tarot` : $\{x : \text{carte_tarot} \mid \text{est_carte_simple}(x)\}$

→ `figure`

`atout_de_tarot` : $\{x : \text{carte_tarot} \mid \text{est_atout}(x)\} \rightarrow$

$\{n : \text{entier} \mid 1 \leq n \leq 21\}$

16

Forme générale d'un TDA

Domaine :

`dom` (éventuellement un produit cartésien)

Constantes :

$c_1, \dots, c_n : \text{dom}$

Opérations de construction :

`cons_dom1` : $\{x : d_1 \mid P_1(x)\} \rightarrow \text{dom}$

⋮

`cons_domm` : $\{x : d_m \mid P_m(x)\} \rightarrow \text{dom}$

d_i est un domaine, $P_i(_)$ est une propriété

18

Relation entre les deux solutions

`couleur_de_tarot(c)` peut s'obtenir comme

`couleur_carte(carte_carte_tarot(c))`

`figure_de_tarot(c)` peut s'obtenir comme

`figure_carte(carte_carte_tarot(c))`

17

Opérations de construction étendue :

`dom1_to_dom` : $d_1 \rightarrow \text{dom}$

⋮

`domm_to_dom` : $d_m \rightarrow \text{dom}$

Opérations de test :

`est_c1, ..., est_cn` : $\text{dom} \rightarrow \text{bool}$

⋮

`est_op1, ..., est_opm` : $\text{dom} \rightarrow \text{bool}$

19

Opérations d'accès :

$$acces_1 : \{x : dom \mid est_op_1(x)\} \rightarrow \{x : d_1 \mid P_1(x)\}$$

⋮

$$acces_m : \{x : dom \mid est_op_m(x)\} \rightarrow \{x : d_m \mid P_m(x)\}$$

Autres opérations :

⋮

20

Quelques variantes

On peut **omettre ou rajouter** quelques items selon les cas :

- Si la propriété $P_i(x)$ est toujours *true*, alors on l'écrit pas.
- Si le domaine est construit à partir d'une seule constante ou d'une seule opération de construction, alors **inutile** d'écrire l'opération de test car elle est équivalente à $est(x) = true$.
- Si le domaine est construit à partir de m opérations de construction, alors $m - 1$ opérations de test suffisent.
- Si un domaine d_i est un produit cartésien $a_1 \times \dots \times a_k$, alors on peut **remplacer** l'opération d'accès

$$acces_i : \{x : dom \mid est_op_i(x)\} \rightarrow \{x : d_i \mid P_i(x)\}$$

par k opérations de la forme

22

Notation

$$\{x : dom \mid true\} \rightarrow dom' \quad \text{est équivalent à}$$

$$\{x : dom\} \rightarrow dom' \quad \text{est équivalent à}$$

$$dom \rightarrow dom'$$

21

$$acces_{i_1} : \{x : dom \mid est_op_i(x)\} \rightarrow \{y : a_1 \mid y = proj_1(x) \text{ et } x : d_i \text{ et } P_i(x)\}$$

⋮

$$acces_{i_k} : \{x : dom \mid est_op_i(x)\} \rightarrow \{y : a_k \mid y = proj_k(x) \text{ et } x : d_i \text{ et } P_i(x)\}$$

23

Le Tarot en OCAML

```
(* type couleur *)

#type couleur = Pi | Co | Ca | Tr;;

(* Constructeurs pour les constantes de couleur *)

#let pique    = Pi;;
#let coeur    = Co;;
#let carreau  = Ca;;
#let trefle   = Tr;;
```

24

```
(* type figure *)

#type figure =
  As | Roi | Dame | Cav | Valet | Dix | Neuf | Huit | Sep

(* Constructeurs pour les constantes de figure *)

#let as       =As;;
#let roi      =Roi;;
#let dame     =Dame;;
#let cavalier =Cav;;
#let valet    =Valet;;
#let dix      =Dix;;
#let neuf     =Neuf;;
```

26

```
(* operations de test du type couleur *)

#let est_pique (f) =
  match f with Pi -> true | _ -> false;;

#let est_coeur (f) =
  match f with Co -> true | _ -> false;;

#let est_carreau (f) =
  match f with Ca -> true | _ -> false;;

#let est_trefle (f) =
  match f with Tr -> true | _ -> false;;

#let huit      =Huit;;
#let sept      =Sept;;

(* operations de test du type figure *)

#let est_as (f) =
  match f with As -> true | _ -> false;;

#let est_roi (f) =
  match f with Roi -> true | _ -> false;;

#let est_dame (f) =
  match f with Dame -> true | _ -> false;;
```

25

27

```

#let est_cavalier (f) =
  match f with Cav -> true | _ -> false;;

#let est_valet (f) =
  match f with Valet -> true | _ -> false;;

#let est_dix (f) =
  match f with Dix -> true | _ -> false;;

#let est_neuf (f) =
  match f with Neuf -> true | _ -> false;;

#let est_huit (f) =

```

28

```

(* operations d'accès du type carte *)
#let figure_carte(e) = match e with C(f,c)->f;;
#let couleur_carte(e) = match e with C(f,c)->c;;

(* type carte_tarot *)

#type carte_tarot =
  Ex | S of carte | A of int;;

(* operations de construction etendue du type carte_taro

#let excuse          = Ex;;
#let cons_tarot_simple(c) = S(c);;

```

30

```

  match f with Huit -> true | _ -> false;;

#let est_sept (f) =
  match f with Sept -> true | _ -> false;;

(* type carte *)

#type carte = C of figure * couleur;;

(* operation de construction du type carte *)

#let cons_carte(f,c) = C(f,c);;

#let cons_atout (n)          = A(n);;

(* operations de construction du type carte_tarot *)

#let int_to_carte_tarot (n) =
  if 1 <= n & n <= 21
  then cons_atout (n)
  else failwith"numero d'atout invalide";;

(* operations de test du type carte_tarot *)

#let est_excuse (c) =
  match c with Ex -> true | _ -> false;;

```

29

31


```

#let est_carte_simple (c) =
  match c with S(_) -> true | _ -> false;;

#let est_atout (c) =
  match c with A(_) -> true | _ -> false;;

(* operations d'accès du type carte_tarot *)

#let couleur_de_tarot (e) =
  match e with
  S(C(_,c)) -> c

```

32

Les profils de symboles de la signature

```

pique: -> couleur
coeur: -> couleur
carreau: -> couleur
trefle: -> couleur
est_pique: couleur -> bool
est_coeur: couleur -> bool
est_carreau: couleur -> bool
est_trefle: couleur -> bool
as: -> figure
roi: -> figure
dame: -> figure
cavalier: -> figure

```

34

```

| _ -> failwith "Pas une carte simple";;

```

```

#let figure_de_tarot (e) =
  match e with
  S(C(f,_)) -> f
  | _ -> failwith "Pas une carte simple";;

#let atout_de_tarot (e) =
  match e with
  A(x) -> x
  | _ -> failwith "Pas un atout";;

```

33

```

valet: -> figure
dix: -> figure
neuf: -> figure
huit: -> figure
sept: -> figure
est_as: figure -> bool
est_roi: figure -> bool
est_dame: figure -> bool
est_cavalier: figure -> bool
est_valet: figure -> bool
est_dix: figure -> bool
est_neuf: figure -> bool
est_huit: figure -> bool
est_sept: figure -> bool

```

35

```

cons_carte:      figure * couleur -> carte = <fun>
figure_carte:   carte             -> figure = <fun>
couleur_carte:  carte             -> couleur = <fun>
excuse:         -> carte_tarot
cons_tarot_simple: carte         -> carte_tarot = <fun>
cons_atout:     int              -> carte_tarot = <fun>
int_to_carte_tarot: int         -> carte_tarot = <fun>
est_carte_simple: carte_tarot   -> bool = <fun>
est_atout:      carte_tarot     -> bool = <fun>
figure_de_tarot: carte_tarot    -> figure = <fun>
couleur_de_tarot: carte_tarot   -> couleur = <fun>
atout_de_tarot: carte_tarot     -> int = <fun>

```

36

Codage abstrait

```

#let points (c) =
  if est_excuse(c)
  then 4.5
  else if est_carte_simple (c)
    then let f = figure_de_tarot(c) in
      if est_roi(f)
      then 4.5
      else if est_dame(f)
      then 3.5
      else if est_cavalier(f)
      then 2.5
      else if est_valet(f)

```

38

Codage d'autres opérations d'un TDA

- **Abstrait** : on utilise uniquement les opérations abstraites définies dans le TDA.
- **Concret** : on utilise les primitives du langage de programmation associées aux domaines concrets utilisés dans le TDA.

37

```

                                then 1.5
                                else 0.5
  else let n = atout_de_tarot(c) in
    if n=1 or n=21
    then 4.5
    else 0.5;;

val points : carte_tarot -> float = <fun>

```

39

Codage concret

```
#let points(c) = match c with
  Ex          -> 4.5
| S(C(Roi,_)) -> 4.5
| S(C(Dame,_)) -> 3.5
| S(C(Cav,_))  -> 2.5
| S(C(Valet,_)) -> 1.5
| S(C(_, _))   -> 0.5
| A(1)         -> 4.5
| A(21)        -> 4.5
| _            -> 0.5;;
val points : carte_tarot -> float = <fun>
```

40

Domaine :

pile

Constantes :

pile_vide : pile

Opération de construction :

cons_pile : entier × pile → pile

Opération de test :

est_pile_nv : pile → bool

Opérations d'accès

premier_pile : {x:pile | est_pile_nv(x)} → entier

reste_pile : {x:pile | est_pile_nv(x)} → pile

42

Exemple : un seul TDA et deux implémentations possibles

Exemple : une première implémentation

```
#type pile = intlist;;

#let pile_vide = [];;

#let cons_pile(a,p) = a::p;;

#let est_pile_nv(p) =
  match p with a::l -> true | _ -> false;;

#let premier_pile(p) = match p with
  a::l -> a
| _     -> failwith"Pile Vide";;
```

41

43

```
#let reste_pile(p) = match p with
  a::l -> l
  | _   -> failwith"Pile Vide";;
```

44

Exemple : une autre implémentation

```
#type pile = Pile_Vide | P of int * pile;;

# let pile_vider = Pile_Vide;;

# let cons_pile(t,r) = P(t,r);;

# let est_pile_nv(p) = match p with
  Pile_Vide -> false
  | _       -> true ;;

# let premier_pile(p) = match p with
  P(t,r) -> t
```

46

Les profils de symboles de la signature

```
pile_vider :          -> intlist
cons_pile  :   int * intlist -> intlist
est_pile_nv : intlist   -> bool
premier_pile : intlist  -> int
reste_pile :   intlist  -> intlist
```

45

```

| _       -> failwith "Pas une pile non vide";;

# let reste_pile(p) = match p with
  P(t,r) -> r
  | _     -> failwith "Pas une pile non vide";;
```

47

Les profils de symboles de la signature

```
pile_vide:          -> pile
cons_pile :   int * pile -> pile
est_pile_nv :  pile      -> bool
premier_pile : pile      -> int
reste_pile :   pile      -> pile
```

48

```
# let reste_pile_nv(p) = p.reste;;
val reste_pile_nv : pile_nv -> ma_pile = <fun>

# let pile_vide =Pile_Vide;;
val pile_vide : ma_pile = Pile_Vide

# let cons_pile(a,p) = P(cons_pile_nv(a,p));;
val cons_pile : int * ma_pile -> ma_pile = <fun>

# let est_pile_nv(p) =
    match p with Pile_Vide -> false | _ -> true
val est_pile_nv : ma_pile -> bool = <fun>
```

50

Exemple : encore une autre implémentation

```
#type pile_nv = {tete:int; reste:ma_pile} and
    ma_pile = Pile_Vide | P of pile_nv;;

type pile_nv = { tete : int; reste : ma_pile; } and
    ma_pile = Pile_Vide | P of pile_nv

# let cons_pile_nv(t,r) = { tete=t ; reste = r};;
val cons_pile_nv : int * ma_pile -> pile_nv = <fun>

# let tete_pile_nv(p) = p.tete;;
val tete_pile_nv : pile_nv -> int = <fun>
```

49

```
# let premier_pile(p) = match p with
    Pile_Vide -> failwith"Pile Vide"
  | P(x)      -> x.tete;;
val premier_pile : ma_pile -> int = <fun>

# let reste_pile(p) = match p with
    Pile_Vide -> failwith"Pile Vide"
  | P(x) -> x.reste;;
val reste_pile : ma_pile -> ma_pile = <fun>
```

51