“Calcul formel” Maple
L1/MK1 2006-2007

Pour la semaine
du 11 décembre

Devoir Maison

Les deux premiers exercices sont à faire sur feuille, n'oubliez pas de mettre vos noms, prénoms et numéro de groupe et numéro d'étudiant!
Le troisième exercice est à faire sur machine, mais il y a quelques questions auxquelles il faut répondre sur feuille. Pour me donner votre code, vous pouvez soit me l'envoyer par mail à l'adresse *albenque@liafa.jussieu.fr*, soit me donner une disquette en précisant toujours nom, prénom,... Si vous avez le moindre problème contactez-moi par mail ou directement en TP.
Vous avez accès à Maple en libre accès au SCRIPT. Pensez à consulter les horaires suffisamment à l'avance!

Une attention particulière sera apportée à la syntaxe de Maple et à la rédaction !

Exercice 1

1. Donner la commande pour définir une fonction f telle que $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$.
2. Quel est l'ensemble de définition D_f de f? (*à faire à la main sans Maple*)
3. Donner la commande permettant de savoir si f est continue sur son ensemble de définition.
4. Donner les commandes calculant les limites de f aux bornes de D_f.
5. Donner la commande pour définir la dérivée g de f.
6. Donner la commande permettant de savoir pour quels x, $g(x)$ est négatif.

Exercice 2

Une matrice *circulante* est une matrice de la forme:

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} \\ \vdots & & & \vdots & \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_0 \end{bmatrix}$$

Ecrire une procédure `circulante` qui prend en entrée une liste et renvoie la matrice circulante associée.
Par exemple:

```
circulante([1,2,3]);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercice 3 (Approximation des zéros d'une fonction)
Dans cette exercice, on va chercher des solutions approchées de $f(x) = 0$. On se placera sur un intervalle $[a, b]$ et on supposera que f est continue sur cet intervalle et s'annule une seule fois en changeant de signe, on note x_0 le point d'annulation (ie $f(x_0) = 0$).
Les questions avec (*) demandent une réponse sur feuille.

1)**Méthode de la sécante**

Pour la méthode de la sécante, on procède par dichotomie: soit c_1 le milieu du segment $[a, b]$, on remplace $[a, b]$ par $[a, c_1]$ si $[a, c_1]$ contient x_0 et par $[c_1, b]$ sinon. Et on recommence cette opération (c'est-à-dire, on prend c_2 le milieu de $[a, c_1]$ (resp. de $[c_1, b]$) si $[a, c_1]$ (resp. $[c_1, b]$) contient x_0).

1. Faire un dessin comprenant une fonction f et des points a et b satisfaisant les conditions de l'énoncé. On placera également c_1, c_2 et c_3 (*)

2. Ecrire une procédure **dichotomie** qui prend en entrée une fonction, les points a et b et le nombre n et qui renvoie la n-ième valeur de c.

   - On utilisera un test pour savoir si $x_0 \in [a, c]$ ou $x_0 \in [c, b]$
   - On pourra écrire la fonction de manière récursive.

3. Tester la procédure avec la fonction $f(x) = x^2$, en partant de l'intervalle $[1, 2]$ et avec 20 itérations. (Remarque: on pourra écrire **a:=1.0;** et non pas **a:=1;**, pour forcer Maple à faire les calculs en valeur approchées (flottant) et non pas en valeurs exactes)

   Quelle précision obtient-on? (*)

2)Méthode de Regula-Falsi La méthode de Regula-Falsi (fausse-position) consiste à choisir pour point c non le milieu de $[a, b]$, mais le point tel que:

$$\frac{c-b}{c-a} = \frac{f(b)}{f(a)}$$

$$\text{c'est-à-dire } c = a - \frac{a-b}{f(b)-f(a)} f(a)$$

1. Que représente géométriquement le point c? (*)

2. Faire un dessin comprenant une fonction f et des points a et b satisfaisant les conditions de l'énoncé. On placera également c_1, c_2 et c_3 (*)

3. Adapter la procédure **dichotomie** pour écrire une procédure **regula** qui prend en entrée une fonction f, les points a et b et le nombre d'itérations n et qui renvoie la n-ième valeur de c.

4. Tester la procédure **regula** avec la fonction $f(x) = x^2$, en partant de l'intervalle $[1, 2]$ et avec 20 itérations.

   Quelle précision obtient-on? (*) Commentaires ?(*)

3) Méthode de la tangente ou **Méthode de Newton**
Pour cette question, on suppose en plus que f est dérivable sur $[a, b]$.
On part du point $c_0 = a$ et on définit alors par récurrence, pour tout $n \geq 0$:

$$c_{n+1} = c_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

où f' désigne la dérivée de la fonction f.

1. Que représente géométriquement le point c_1? (*)

2. Faire un dessin comprenant une fonction f et des points a et b satisfaisant les conditions de l'énoncé. On placera également c_1, c_2 et c_3 (*)

3. Ecrire une procédure **newton** qui prend en entrée une fonction f, le point a et le nombre d'itérations n et qui renvoie la valeur de c_n.

4. Tester la procédure **newton** avec la fonction $f(x) = x^2$, en partant de $a = 1$ et avec 20 itérations.

   Quelle précision obtient-on? (*) Commentaires ?(*)