

FEUILLE D'EXERCICES N°1

---

**EXERCICE 1.** Une formule de Ramanujan. Soit :

$$k = (\sqrt{2} - 1)^2(2 - \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{6})^2(8 - 3\sqrt{7})(\sqrt{10} - 3)^2(\sqrt{15} - \sqrt{14})(4 - \sqrt{15})^2(6 - \sqrt{35}).$$

Calculer  $A = \frac{-2}{\sqrt{210}} \ln\left(\frac{k}{4}\right)$  avec 30 chiffres significatifs. Que pensez-vous du résultat ?

**EXERCICE 2.** Soit le nombre complexe  $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ . Calculer son module et son argument. Donner une valeur approchée de son argument.

**EXERCICE 3.** Soit le nombre complexe  $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ . En utilisant Maple, démontrer que les points du plan d'affixes  $z$ ,  $z - 1$  et  $z^2$  sont alignés.

**EXERCICE 4.** Soient  $a, b, c$  les trois racines du polynôme en  $z$  à coefficients complexes :  $z^3 - (6 + 3i)z^2 + (9 + 12i)z - 9(2 + 3i)$ . Calculer ces racines à l'aide de la commande *solve*. Montrer que les points du plan d'affixes respectives  $a, b, c$  forment un triangle équilatéral.

**EXERCICE 5.** On se place dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, i, j)$ . Soit  $M_0$  le point d'affixe  $z_0 = 1 + i\sqrt{3}$ . Pour  $n \geq 1$ , soit  $M_n$  le point d'affixe  $z_n = a^n z_0$  où  $a = i/2$ . En utilisant la commande *seq* (consulter l'aide), construire la séquence des dix premiers termes de la suite  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  mis sous forme cartésienne. Construire la séquence des modules des dix premiers termes de la suite.

**EXERCICE 6.** On rappelle la *formule de Moivre* :

$$(\cos(x) + i \sin(x))^n = \cos(nx) + i \sin(nx).$$

En utilisant cette formule, donner les formules exprimant  $\cos(5x)$  et  $\sin(5x)$  en fonction de  $\cos(x)$  et  $\sin(x)$ .