

FEUILLE D'EXERCICES N°5

EXERCICE 1. Résoudre l'équation $x^2 + 2bx + c = 0$ d'inconnue x et de paramètres b et c . Donner la liste des solutions. En utilisant la commande *subs*, trouver les solutions pour $b = 1$ et $c = 2$. Que constatez-vous ? Que remarquez-vous sur les solutions générales de l'équation ?

EXERCICE 2. Résoudre l'équation $x^3 - 5x^2 - 2 = 0$. Donner une valeur approchée de la première solution donnée par Maple.

EXERCICE 3. Cet exercice a pour but de vous faire sentir les limites de Maple pour la résolution d'équations non polynomiales. Réolvez chaque équation et réfléchissez sur les résultats donnés par Maple.

- 1) Equation $\tan(x) = \sqrt{3}$.
- 2) Equation $\cos(x) = x$.
- 3) Equation $\sqrt{x^2} = x$.

EXERCICE 4. Chercher l'ensemble des nombres complexes z tels que $|z| = |z - 1|$.

EXERCICE 5.

- 1) Calculer les dérivées des fonctions suivantes : $x \mapsto \tan x$ et $x \mapsto \ln(x^3 + ax^2 + 1)$, où a est un paramètre réel.
- 2) Soient $f : x \mapsto 1 + x^5$ et $g : x \mapsto \ln(x)$. Calculer la dérivée de $g \circ f$.
- 3) Soit f comme précédemment. Construire la séquence des $f'(i)$, pour i de 1 à 20.

EXERCICE 6. Calculer les primitives des fonctions suivantes : $x \mapsto \frac{\sin(x)\tan(x)+\cos(x)}{\sin(x)-\cos(x)^2}$ et $x \mapsto \ln(x^2 + 1)$.

EXERCICE 7. Calculer $\int_0^1 e^{-t^2} dt$. Donner une valeur approchée de l'intégrale.

EXERCICE 8. Etude de fonction à l'aide de Maple

Soit f la fonction définie pour tout réel $x > 0$ par :

$$f(x) = x^{\frac{x}{1-x}}.$$

- 1) Donnez le domaine de définition de f . Vérifiez que f est continue sur son domaine de définition Df .
- 2) Étudiez les limites de f aux bornes des intervalles qui composent Df . Le graphe de f admet-il une asymptote ? Si oui, quelle est-elle ?
- 3) Calculez la dérivée de f . Étudiez son signe (on pourra arranger l'expression de la dérivée à l'aide de la commande *normal*, puis utiliser une fonction auxiliaire g pour l'étude du signe). Qu'en déduisez-vous pour f ?
- 4) Tracez le graphe de f .
- 5) Expliquez (d'un point de vue mathématique) comment prolonger f par continuité aux points 0 et 1.
- 6) Étudiez la dérivabilité de ce prolongement aux points 0 et 1. Quelle interprétation géométrique pouvez-vous faire ? Tracez le graphe correspondant.