

1 Carré latin

Un carré latin d'ordre n est un tableau carré d'entiers de n lignes et n colonnes dont chaque ligne et chaque colonne sont des permutations des entiers $1, 2, \dots, n$ (c'est-à-dire contiennent chacune exactement une fois chacun de ces nombres). Un tel carré est dit normalisé si la première ligne et la première colonne contiennent ces n nombres dans l'ordre (permutation identité).

1. On considère le cas $n = 4$.
 - (a) Donner les quatre carrés latins normalisés de côté $n = 4$.
 - (b) Développer la suite des essais que réalisera typiquement un algorithme de backtracking.
2. Écrire un algorithme basé sur le backtracking construisant tous les tableaux normalisés de côté n .

2 Sans carré

Un mot est dit *sans carré* s'il ne contient pas deux motifs égaux consécutifs. Exemples :

- $AABC$ ou $ABCBC$ contiennent des carrés,
- ABC ou $ABCBACAB$ sont sans carré.

Construire un mot de longueur 100 sur l'alphabet $\{A, B, C\}$ qui soit sans carré.

3 Monnaie

Vous avez dans votre porte monnaie des pièces de monnaie de 1 à 50 cents et on souhaite compter le nombre de manières différentes de payer une somme donnée.

1. Expliquer pourquoi la technique de backtracking est adaptée à ce problème et le principe général d'une solution à ce problème basée sur cette approche. On cherchera à minimiser la taille de l'arbre exploré.
2. Etant donné le contenu suivant du porte monnaie :

50	20	10	5	2	1
2	3	2	2	2	3

dessiner l'arbre correspondant au calcul du nombre de toutes les solutions pour payer 30 cents (resp. 86 cents).

3. Donner une version récursive de la solution par backtracking.
4. Est-il possible de mémoriser certaines informations afin d'éviter de refaire ce qui a déjà été fait ?

4 Cryptogramme

Soient les cryptogrammes suivants :

VINGT		
+ CINQ		+ CROSS
+ CINQ		+ ROADS
-----		-----
TRENTE		DANGER

pour lesquels la solution associe à une lettre un chiffre décimal et à un chiffre une et une seule lettre.

1. Décrire un algorithme permettant de résoudre un tel cryptogramme.
2. Écrire un programme en Java correspondant.