

Méthode formelle Approche Probabiliste – Master 2 Informatique

TD : Logique temporelle LTL

Exercice 1 :

Evaluer les formules

Soit $PA = \{p, q\}$ un ensemble de propositions atomiques. On considère la séquence $\sigma = \sigma_0\sigma_1\sigma_2 \dots$ in $(2^{PA})^\omega$. Pour $i \in \mathbb{N}$, on note $\sigma[i..]$ la séquence infinie $\sigma_i\sigma_{i+1} \dots$. Complétez le tableau suivant en indiquant dans chaque case si la formule est vraie (1) ou fausse (0) pour la sous-séquence infinie commençant à la position donnée.

i	0	1	2	3	4	5	6
σ_i	\emptyset	$\{p\}$	$\{p, q\}$	$\{q\}$	$\{p\}$	\emptyset	$\{p, q\}$
$p \wedge q$							
$\mathbf{F}(p \wedge q)$							
$p\mathbf{U}q$							

Exercice 2 :

Compréhension de LTL

Donnez un système qui satisfait les formules LTL suivantes où argumentez pourquoi il n'y en a pas.

1. $\mathbf{GF}p$
2. $(\mathbf{GF}p) \wedge (\mathbf{GF}\neg p)$
3. $p\mathbf{U}q$
4. $(p\mathbf{U}q) \wedge (p\mathbf{U}\neg q)$
5. $\mathbf{G}((p\mathbf{U}q) \wedge (p\mathbf{U}\neg q))$
6. $(\mathbf{G}p) \wedge (\mathbf{G}\neg p)$
7. $(\mathbf{G}p) \vee (\mathbf{G}\neg p)$
8. $(\mathbf{F}p) \wedge (\mathbf{F}\neg p)$
9. $\mathbf{G}(p \Rightarrow \bigcirc q)$

Exercice 3 :

LTL vers Français

Exprimer dans un Français ordinaire, les propriétés LTL suivantes :

1. $(\mathbf{F}p) \Rightarrow (\mathbf{G}q)$
2. $\mathbf{G}(q \Rightarrow \mathbf{G}\neg p)$

Exercice 4 :

Français vers LTL

Donner des formules de LTL qui formalisent les propriétés suivantes :

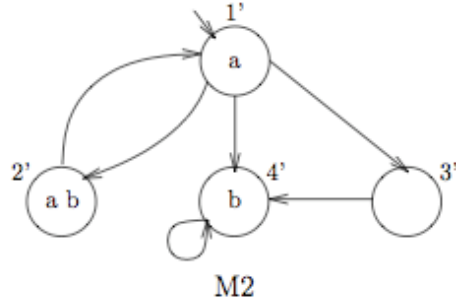
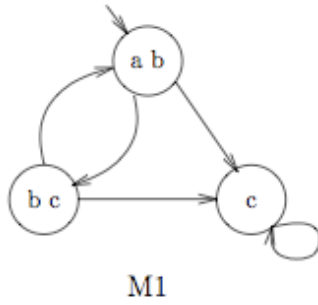
1. Deux feux de croisements ne sont jamais au vert simultanément.
2. Si la porte est ouverte, elle sera fermée à l'étape suivante.
3. Si r est vraie un jour, p devient vraie strictement avant.
4. Inévitablement, la première porte est ouverte ou la deuxième porte est ouverte.
5. Aucune autre commande de café n'est acceptée entre l'acquittement de la somme due et l'enlèvement du gobelet.
6. p a lieu au plus une fois.
7. p a lieu au plus deux fois.
8. Les feux s'allument toujours dans l'ordre vert, jaune, rouge et puis vert, etc. avec un seul feu allumé à la fois.

Exercice 5 :

Vérification de LTL

Indiquez si les deux systèmes de transitions dessous satisfont les formules données..

1. $G(b \Rightarrow Fb)$
2. aUb



Exercice 6 :

Comparaison de formules

On dit que deux formules ϕ_1 et ϕ_2 sont équivalentes, si pour tout système de transitions ST on a $ST \models \phi_1$ si, et seulement si $ST \models \phi_2$. On dit que ϕ_1 implique ϕ_2 , si pour tout système de transitions ST , si $ST \models \phi_1$ alors $ST \models \phi_2$. Comparer les formules suivantes. Est-ce qu'elles sont équivalentes? Est-ce que l'une implique l'autre?

1. Comparer $G(Fp \wedge Fq)$ et $GFp \wedge GFq$.
2. Comparer $F(Gp \wedge Gq)$ et $FGp \wedge FGq$.
3. Comparer $G(Fp \vee Fq)$ et $GFp \vee GFq$.
4. Comparer $F(Gp \vee Gq)$ et $FGp \vee FGq$.
5. Comparer $GF(p \wedge q)$ et $GFp \wedge GFq$.
6. Comparer $GF(p \vee q)$ et $GFp \vee GFq$.
7. Comparer $FG(p \wedge q)$ et $FGp \wedge FGq$.
8. Comparer $FG(p \vee q)$ et $FGp \vee FGq$.
9. Comparer $qUFp$ et Fp .
10. Comparer $Gq \vee G(\neg p)$ et $(Fp) \Rightarrow Gq$.