

Automates avancés–Master 1 Informatique

TD 7 : Automates de Büchi

Exercice 1 On considère les automates de Büchi suivants

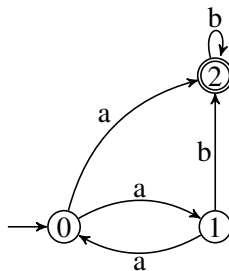


Figure 1: Automate A_1

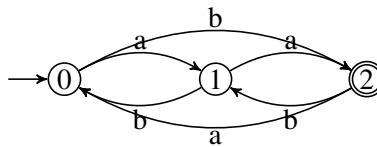


Figure 2: Automate A_2

1. Quel est le langage reconnu par A_1 ?
2. Est-ce-que A_2 accepte le mot infini $(abb)^\omega$? Si oui, décrivez une exécution de l'automate acceptant ce mot.
3. Donner un mot infini non reconnu par A_2 .
4. Décrire $\mathcal{L}(A_1) \cap \mathcal{L}(A_2)$.

Exercice 2 Donnez les automates de Büchi correspondant aux langages suivants sur l'alphabet $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$.

1. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid u \text{ contient au moins une fois le motif } ab\}$.
2. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid u \text{ contient un nombre infini de fois le motif } ab\}$.
3. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid u \text{ contient un nombre fini de fois le motif } ab\}$.
4. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid u \text{ contient au moins une fois le motif } ab \text{ et au moins une fois le motif } ac\}$.
5. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid \text{si } u \text{ contient un nombre infini de } a \text{ alors il contient un nombre infini de } b\}$.
6. $\mathcal{A}^+(aaaa)^{\omega}$.

Exercice 3 Donner le langage accepté par les automates de Büchi A_3 , A_4 et A_5 .

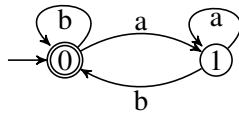


Figure 3: Automate A_3

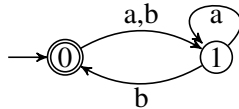


Figure 4: Automate A_4

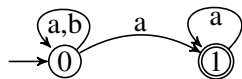


Figure 5: Automate A_5

Exercice 4 Pour un mot infini u , on note $Inf(u)$ l'ensemble des lettres apparaissant un nombre infini de fois dans u . Construire l'expression régulière et l'automate de Büchi pour les langages suivants sur l'alphabet $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$:

1. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid Inf(u) \subset \{a, b\}\}$.
2. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid Inf(u) = \{a, b\}\}$.
3. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid \{a, b\} \subset Inf(u)\}$.
4. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid Inf(u) = \{a, b, c\}\}$.
5. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid \text{si } a \in Inf(u) \text{ alors } \{b, c\} \subset Inf(u)\}$.

Exercice 5 Donner les expressions régulières et les automates de Büchi correspondant aux deux langages suivants sur l'alphabet $\mathcal{A} = \{a, b\}$:

1. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid k \text{ est pair pour chaque sous-mot } ba^k b \text{ de } u\}$.
2. $\{u \in \mathcal{A}^\omega \mid u \text{ ne contient pas } bab\}$.