

TD N° 8

Grammaires SLR, LALR et LR

1 Grammaire G_1

Grammaire G_1

Axiome = S

$N = \{ S, A, B \}$

$T = \{ a, b, c \}$

$P = \{$

1 $S \rightarrow Aa$

2 $S \rightarrow Bb$

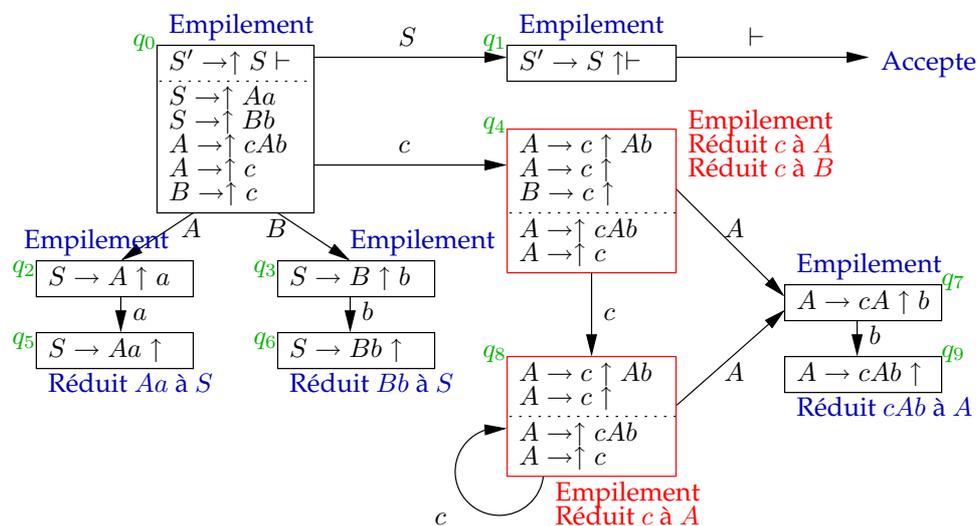
3 $A \rightarrow cAb$

4 $A \rightarrow c$

5 $B \rightarrow c$

$\}$

1. Construisez l'automate LR(0) pour la grammaire G_1 .



L'automate n'est pas déterministe : les états q_4 et q_8 permettent plusieurs actions. La grammaire G_1 n'est pas LR(0).

2. La grammaire G_1 est-elle SLR(1)?

On calcule

$$\text{SUIV}_1(A) = \{a, b\}$$

(1)

et

$$\text{SUIV}_1(B) = \{b\}; \quad (2)$$

ces ensembles des suivants (1) et (2) nous indiquent que les actions « Réduire c à A » et « Réduire c à B » de l'état q_4 sont en conflit SLR(1). L'automate SLR(1) n'est pas déterministe, et donc G_1 n'est pas SLR(1).

3. Est-elle LALR(1)?

Dans l'état q_4 , la « Réduction de c à A » est telle que

$$(q_4, A \rightarrow c \uparrow) \text{ suite } \{(q_0, A)\} \text{ lit } \{a\}, \quad (3)$$

tandis que la « Réduction de c à A » est telle que

$$(q_4, B \rightarrow c \uparrow) \text{ suite } \{(q_0, B)\} \text{ lit } \{b\}, \quad (4)$$

et que les empilements se font quant à eux en voyant $\{A, c\}$ en fenêtre. Les actions de q_4 se font bien sur des fenêtres distinctes.

Dans l'état q_8 , la « Réduction de c à A » est telle que

$$(q_8, A \rightarrow c \uparrow) \text{ vient de } \{(q_4, A), (q_8, A)\} \text{ lit } \{b\}, \quad (5)$$

alors que le empilement se décide sur une fenêtre de $\{A, c\}$, donc l'état q_8 est bien cohérent.

On peut bien affirmer que G_1 est LALR(1). Elle est donc aussi LR(1).

2 Grammaire G_2

Grammaire G_2

Axiome = S

$N = \{S, A, B\}$

$T = \{a, b, c\}$

$P = \{$

1 $S \rightarrow Aa$

2 $S \rightarrow Bb$

3 $A \rightarrow cAb$

4 $A \rightarrow c$

5 $B \rightarrow cBa$

6 $B \rightarrow c$

$\}$

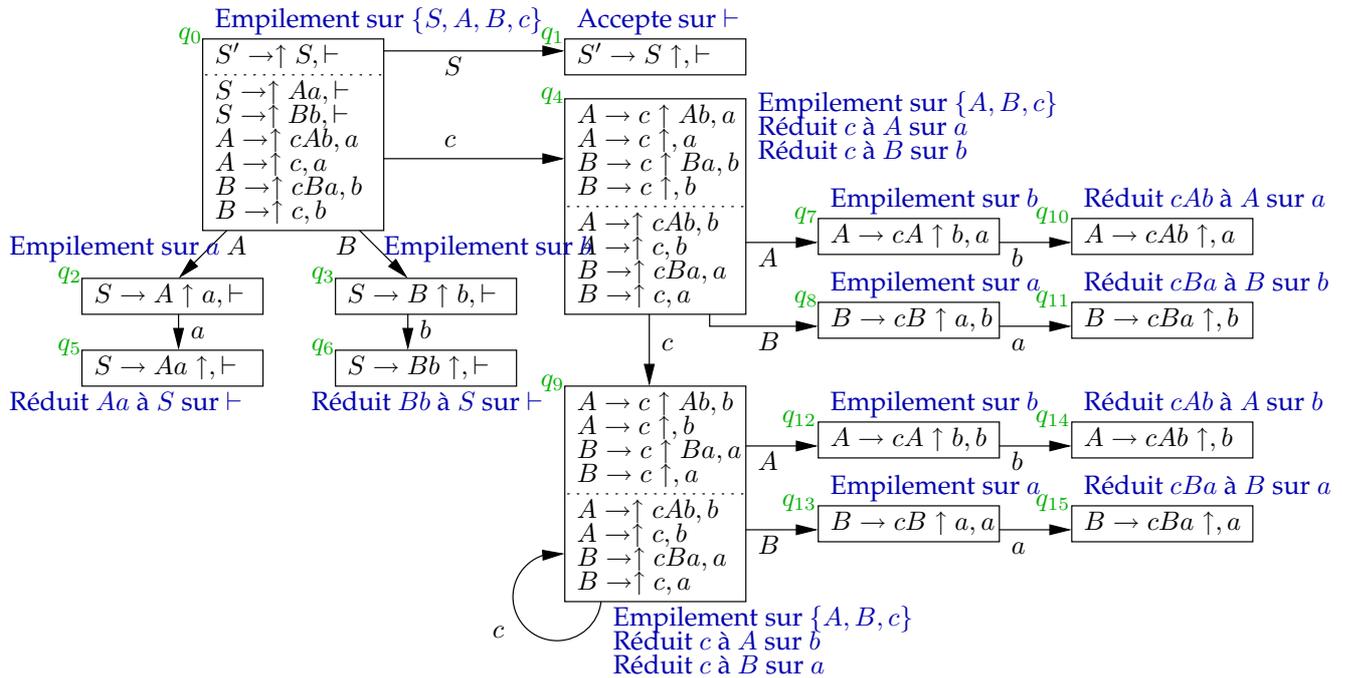
4. Construisez l'automate LR(1) pour la grammaire G_2 .

L'automate d'analyse LR(1) est déterministe ; G_2 est donc LR(1).

5. La grammaire G_2 est-elle LALR(1)?

La construction LALR(1) va fusionner les états suivants :

- q_4 avec q_8 ; cet état aura pour actions « Empilement sur $\{A, B, c\}$ », « Réduit c à A sur $\{a, b\}$ » et « Réduit c à B sur $\{a, b\}$ », et sera donc incohérent ;



- q_7 avec q_{12} ;
- q_8 avec q_{13} ;
- q_{10} avec q_{14} ;
- q_{11} avec q_{15} .

La grammaire G_2 n'est donc pas LALR(1).

3 Utilisations de $k > 1$

6. Donnez la plus petite valeur de k telle que G_1 soit

1. fortement LL(k),
2. LL(k),
3. SLR(k),
4. LALR(k),
5. LR(k).

1. G_1 n'est pas LL(1), mais elle est fortement LL(2) :

$$\text{PREM}_2(Aa \text{ SUIV}_2(S)) = \{ca, cc\}, \quad (6)$$

$$\text{PREM}_2(Bb \text{ SUIV}_2(S)) = \{cb\}, \quad (7)$$

$$\text{PREM}_2(cAb \text{ SUIV}_2(A)) = \{cc\}, \quad (8)$$

$$\text{PREM}_2(c \text{ SUIV}_2(A)) = \{ca, cb\}. \quad (9)$$

2. G_1 est de ce fait aussi LL(2).

3. G_1 est SLR(2) :

$$\text{SUIV}_2(A) = \{a \vdash, ba, bb\}, \quad (10)$$

$$\text{SUIV}_2(B) = \{b \vdash\}, \quad (11)$$

et les empilements dans les états q_4 et q_8 voient $\{ca, cb, cc\}$.

4. G_1 est LALR(1).

5. G_1 est LR(1).

.....

7. Même question pour G_2 .

1. On a :

$$\text{PREM}_k(A) \cap \text{PREM}_k(B) = \{c^k\}, \quad (12)$$

et donc les ensembles $\text{PREM}_k(Aa \text{ SUIV}_k(S))$ et $\text{PREM}_k(Bb \text{ SUIV}_k(S))$ ne sont pas disjoints ; G_2 n'est fortement LL(k) pour aucune valeur de k .

2. L'équation (12) montre de même que G_2 n'est pas LL(k) pour aucune valeur de k .

3. G_2 est SLR(2) :

$$\text{SUIV}_2(A) = \{a \vdash, ba, bb\}, \quad (13)$$

$$\text{SUIV}_2(B) = \{b \vdash, ab, aa\}, \quad (14)$$

donc l'état obtenu en fusionnant q_4 et q_9 aura des fenêtres disjointes pour les réductions à A et B . Par ailleurs, les empilements dans cet état verront $\{ca, cb, cc\}$, donc sans intersection avec les fenêtres des réductions.

4. G_2 est donc aussi LALR(2).

5. G_2 est LR(1).

.....