TD 7 : Complexité de LTL

1 Model checking d'un chemin

On s'intéresse au problème de la vérification d'un modèle qui ne contient qu'un seul mot w, qui est soit un mot fini sur Σ^*, soit un mot ultimement périodique uv^ω avec u sur Σ^* et v sur Σ^+.

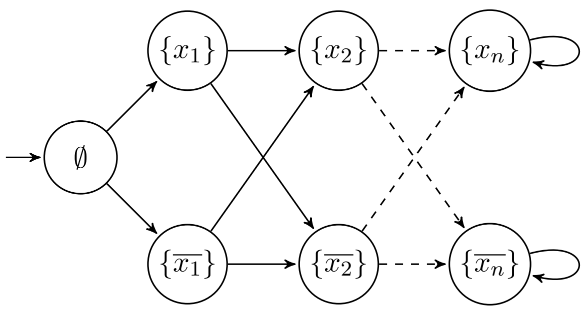
Donner un algorithme qui vérifie si $w, 0 \models \varphi$ pour φ une formule LTL(X, U) en temps $O(|uv| \cdot |\varphi|)$.

2 Complexité de fragments LTL

2.1 LTL(X)

On cherche à montrer que le fragment LTL(X) a un problème de model-checking existentiel NP-complet au lieu de PSPACE-complet comme pour LTL(X, U).

1. Montrer que $\mathsf{MC}^\exists(\mathsf{X})$ est dans NP.
2. On utilise une réduction depuis $\mathsf{3SAT}$ pour montrer la NP-difficulté. Pour cela, on considère pour une formule en 3-CNF sur les variables $\{x_1, \ldots, x_n\}$ la structure de Kripke S_n suivante, sur l'ensemble de propositions atomiques $\mathrm{AP} = \{x_1, \overline{x_1}, x_2, \overline{x_2}, \ldots, x_n, \overline{x_n}\}$:



Donner une réduction de $\mathsf{3SAT}$ dans $\mathsf{MC}^\exists(\mathsf{X})$.

2.2 LTL(U)

1. Montrer que $\mathsf{MC}^\exists(\mathsf{X}, \mathsf{U})$ se réduit à $\mathsf{MC}^\exists(\mathsf{U})$. On construit pour cela un modèle de Kripke *sans bégayement* et une formule $\tau(\varphi)$ sans modalité X. Attention, la construction d'une formule de LTL(U) vue au TD précédent n'était pas de taille polynomiale en la taille de la formule d'origine !
2. Compléter cette approche pour montrer que $\mathsf{MC}^\exists(\mathsf{X}, \mathsf{U})$ se réduit à $\mathsf{SAT}(\mathsf{U})$.