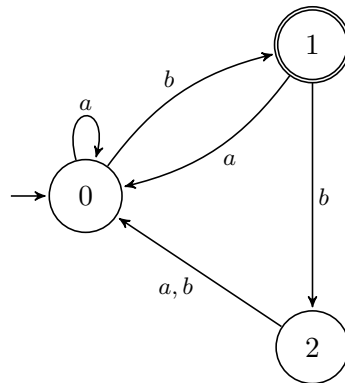


TD 10 : Reconnaissance par Monoïde

Exercice 1. Donner un monoïde fini M , un morphisme φ et une partie P de M qui permettent de reconnaître le langage accepté par l'automate suivant, c'est-à-dire tels que $L(A) = \varphi^{-1}(P)$:



Exercice 2 (Propriétés de clôture).

1. En utilisant la représentation par monoïdes, montrer que les langages reconnaissables sont clos par union, intersection et complémentaire.
2. En utilisant la représentation par monoïdes, montrer que les langages reconnaissables sont clos par quotients à gauche et à droite par des langages arbitraires $K \subseteq \Sigma^*$.
3. En utilisant la représentation par monoïdes, montrer que les langages reconnaissables sont clos par concaténation. Si $L_1 = \varphi^{-1}(\varphi(L_1))$ et $L_2 = \varphi^{-1}(\varphi(L_2))$ sont reconnus par un seul morphisme $\varphi : \Sigma^* \rightarrow M$, on pourra considérer

$$\psi : \Sigma^* \rightarrow S \subseteq 2^{M \times M}$$

$$w \mapsto \{(\varphi(u), \varphi(v)) \mid w = uv\}.$$

Exercice 3. Soit L un langage reconnaissable. Montrer que le langage L' suivant est aussi reconnaissable :

$$L' = \{w \in \Sigma^* \mid w^{|w|} \in L\}.$$