TD 4. Modélisation et algorithme DPLL

Exercice 1. Au plus k parmi n, au moins k parmi n.

Écrire une formule sous cnf sur les propositions $P_1, \ldots, P_n$ telle que

(a) Une interprétation I satisfait la formule ssi au plus k parmi les propositions $P_1, ..., P_n$ sont satisfaites par I. Appelons ψ_k cette formule.

(b) Une interprétation I satisfait la formule ssi au moins k parmi les propositions $P_1, ..., P_n$ sont satisfaites par I. Appelons φ_k cette formule.

(c) Que modélise la formule $\varphi_k \wedge \psi_k$?

Exercice 2. Jeu de la vie

`https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_la_vie` :

> Le ≪ jeu ≫ se déroule sur une grille à deux dimensions, dont les cases – qu'on appelle des *cellules*, par analogie avec les cellules vivantes – peuvent prendre deux états distincts : *vivante* ou *morte*.
>
> À chaque étape, l'évolution d'une cellule est entièrement déterminée par l'état de ses huit voisines de la façon suivante :
>
> — Une cellule morte possédant exactement trois voisines vivantes devient vivante (elle naît).
>
> — Une cellule vivante possédant deux ou trois voisines vivantes le reste, sinon elle meurt.

Soit P la proposition désignant l'état d'une cellule c ($\top$ pour vivante, $\bot$ pour morte) à un instant donné t, et $P_1, \ldots, P_8$ les propositions désignant l'état de ses voisines à l'instant t.

Écrire une formule qui exprime le fait que la cellule c ne change pas d'état à l'instant $t + 1$.

Exercice 3. DPLL à la main

Appliquer l'algorithme DPLL à la formule :

$$\begin{array}{rrcrcr} \varphi = & (P \vee Q \vee R) & \wedge & (P \vee \neg Q \vee \neg R) & \wedge & (P \vee \neg S) \\ & \wedge\, (\neg Q \vee \neg R \vee \neg S) & \wedge & (\neg P \vee \neg Q \vee R) & \wedge & (T \vee U) \\ \wedge & (T \vee \neg U) & \wedge & (Q \vee \neg T) & \wedge & (\neg R \vee \neg T) \end{array}$$