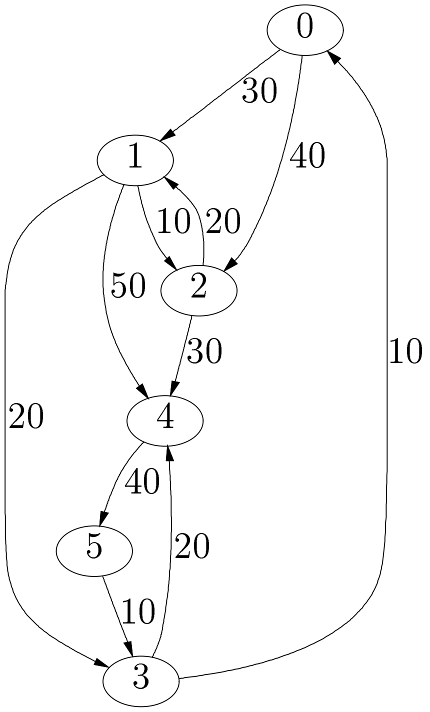
Algorithmique – Maîtrise

TD 7 : Algorithme de Dijkstra

Isabelle Fagnot, Mihaela Sighireanu, Yan Jurski, Olivier Serre

1 Échauffement



Exercice 1 : Appliquer l'algorithme de Dijkstra au graphe de la figure précédente. Préciser pour chaque étape les valeurs attribuées à chaque sommet (poids $p[u]$ et sommet précédent $\pi[u]$).

Exercice 2 : Trouver pour ce graphe plusieurs arbres de plus court chemins.

2 Analyse

Exercice 3 : Montrer que si dans un graphe donné toutes les arêtes ont le même poids, alors l'algorithme de Dijkstra peut-être identique au parcours en largeur.

Exercice 4 : Pourquoi l'algorithme de Dijkstra n'est-il pas valable lorsque les arêtes peuvent avoir des poids négatifs ? Trouver un exemple.

3 Variations

<u>Exercice</u> 5 : Soit $G = (V, E)$ un graphe pondéré tel que $\forall (u, v) \in E, 0 < M(u, v) \leq 1$. On pourra considérer les poids d'un tel graphe comme des probabilités.

1. Proposer un algorithme permettant de trouver, étant donné un sommet source $s \in V$, des chemins de probabilité maximale de s à tout les autres sommets.
2. Montrer que votre algorithme est correct.

<u>Exercice</u> 6 : Soit $G = (V, E)$ un graphe pondéré et $s \in V$. Nous définissons la *capacité* c d'un chemin $p = v_1, \ldots v_n$ comme :

$$c(p) = min_{i \in 1 \ldots (n-1)} w(v_i, v_{i+1})$$

1. Adapter l'algorithme de Dijkstra pour qu'il renvoie les chemins de capacité maximale partant de s vers tout autre sommet de V.
2. Prouver votre algorithme.